Algèbre Linéaire — Quiz : Calcul matriciel

Quiz

Question 1

Pour chaque affirmation, cochez Vrai ou Faux.

1. Si D est une matrice diagonale, alors $D^T = D$.

☐ Vrai ☐ Faux

2. Si $A = A^T$, alors A est une matrice diagonale.

☐ Vrai ☐ Faux

3. Si $A \neq A^T$, alors il n'existe aucune paire ij telle que $a_{ij} = a_{ji}$.

☐ Vrai ☐ Faux

Question 2

Pour chaque affirmation, cochez Vrai ou Faux.

1. Pour que A et B commutent, elles doivent être carrées et de mêmes dimensions.

☐ Vrai ☐ Faux

2. Une matrice diagonale n × n commute avec n'importe quelle matrice n × n.

☐ Vrai ☐ Faux

3. Si $\tilde{C}$ est la réduite de C, alors la réduite de AB est égale au produit des réduites de A et de B (notation originale : $(AB)\tilde{} = \tilde{A}\tilde{B}$).

☐ Vrai ☐ Faux

4. Deux matrices diagonales n × n commutent toujours.

☐ Vrai ☐ Faux

5. Si A et B sont deux matrices carrées de mêmes dimensions, alors $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

☐ Vrai ☐ Faux

Question 3

Soit A une matrice n × n. Pour chaque affirmation, cochez Vrai ou Faux.

1. Si au moins un coefficient de A est nul, alors A n'est pas inversible.

☐ Vrai ☐ Faux

2. Si tous les coefficients de A sont différents de zéro, alors A est inversible.

☐ Vrai ☐ Faux

3. Si A est inversible, alors la division 1/A existe.

☐ Vrai ☐ Faux

4. Si A est inversible, et si ses coefficients sont a_{ij}, alors les coefficients de la matrice inverse A^{-1} sont $1/a_{ij}$.

☐ Vrai ☐ Faux

Question 4

Pour chaque affirmation, cochez Vrai ou Faux.

1. Si A est n × (n + 1) et inversible, alors son inverse est une matrice (n + 1) × n.

☐ Vrai ☐ Faux

2. Si A et B sont n × n, inversibles, alors A + B est inversible, et $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$.

☐ Vrai ☐ Faux

3. Si A, B et C sont n × n, inversibles, alors ABC est inversible, et $(ABC)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$.

☐ Vrai ☐ Faux

4. Si A, B et C sont n × n, inversibles, alors ABC est inversible, et $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$.

☐ Vrai ☐ Faux

Question 5

On considère les matrices $A, B \in M_{3\times 2}(\mathbb{R})$ définies par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 8 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Parmi les possibilités suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. Il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $(\lambda A + B)^T$ soit échelonnée, mais sans être réduite.

☐ 2. Il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $(\lambda A + B)^T$ soit échelonnée réduite.

☐ 3. Il n'existe aucun $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $(\lambda A + B)^T$ soit échelonnée.

Question 6

Soient $A \in M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ et $B \in M_{3\times 1}(\mathbb{R})$ définies par :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 13 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez toutes celles qui sont correctes.

☐ 1. Il est possible d'effectuer le produit AA.

☐ 2. Il est possible d'effectuer le produit AB.

☐ 3. Il est possible d'effectuer le produit BA.

☐ 4. Il est possible d'effectuer le produit BB.

Question 7

On considère deux matrices $A, B \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ définies par :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Parmi les possibilités suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. Le produit AB est égal à $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

☐ 2. Le produit AB est égal à $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$.

☐ 3. Le produit AB est égal à $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$.

☐ 4. Il n'est pas possible d'effectuer le produit AB.

Question 8

Dans le cours, nous avons vu qu'en général la multiplication matricielle n'est pas commutative. Cependant, si $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ vérifient $AB = I_n$, alors $BA = I_n$ également. On cherche, dans le cas $n = 2$, les matrices X qui vérifient $XA = AX$ pour toute matrice $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

Parmi les possibilités suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. Les seules matrices X sont la matrice nulle et la matrice identité.

☐ 2. Les seules matrices X sont les matrices de la forme λI_2, $\lambda \in \mathbb{R}$.

☐ 3. Les seules matrices X sont les matrices diagonales.

☐ 4. Les seules matrices X sont les matrices triangulaires supérieures.

Question 9

Soit $A = (a_{ij}) \in M_{3\times 2}(\mathbb{R})$ donnée par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle(s) qui vous semble(nt) correcte(s).

☐ 1. La matrice A est carrée.

☐ 2. La matrice A est symétrique.

☐ 3. La matrice A est triangulaire supérieure.

☐ 4. La matrice A est diagonale.

Question 10

Soit $B = (b_{ij}) \in M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ donnée par :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle(s) qui vous semble(nt) correcte(s).

☐ 1. La matrice B est carrée.

☐ 2. La matrice B est symétrique.

☐ 3. La matrice B est triangulaire supérieure.

☐ 4. La matrice B est diagonale.

Question 11

Soit $D = (d_{ij}) \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ la matrice définie par :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle(s) qui vous semble(nt) correcte(s).

☐ 1. La matrice D est carrée.

☐ 2. La matrice D est symétrique.

☐ 3. La matrice D est triangulaire supérieure.

☐ 4. La matrice D est diagonale.

Question 12

Soit $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ la matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pi \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. La matrice A n'est pas une matrice élémentaire.

☐ 2. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'ajout de π à la deuxième ligne.

☐ 3. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'ajout de π fois la première ligne à la deuxième.

☐ 4. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à la multiplication de la deuxième ligne par π.

Question 13

Soit $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ la matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. La matrice A n'est pas une matrice élémentaire.

☐ 2. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'ajout de la première ligne à la deuxième.

☐ 3. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à la multiplication de la deuxième ligne par 3.

Question 14

Soit $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ la matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. La matrice A n'est pas une matrice élémentaire.

☐ 2. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'échange des lignes 1 et 3.

☐ 3. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'ajout de la première ligne à la troisième.

☐ 4. La matrice A est la matrice élémentaire correspondant à l'ajout de la troisième ligne à la première.

Question 15

Soient A, B $\in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ deux matrices ligne-équivalentes. Alors A est inversible si et seulement si B est inversible.

Indication : le produit de matrices inversibles est une matrice inversible.

☐ 1. Vrai.

☐ 2. Faux.

Question 16

On considère la matrice carrée A $\in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Alors A est inversible.

☐ 1. Vrai.

☐ 2. Faux.

Question 17

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ un nombre réel. Alors la matrice diagonale $\lambda I_n \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ est inversible.

☐ 1. Vrai.

☐ 2. Faux.

Question 18

Soient a $\in \mathbb{R}$ un paramètre et A, B $\in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ définies par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ a & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. Il existe une unique valeur de $a \in \mathbb{R}$ pour laquelle A et B sont inverses l'une de l'autre.

☐ 2. Il existe une infinité de valeurs de $a \in \mathbb{R}$ pour lesquelles A et B sont inverses l'une de l'autre.

☐ 3. Il n'existe aucune valeur de $a \in \mathbb{R}$ pour laquelle A et B sont inverses l'une de l'autre.

Question 19

Dans la leçon, nous avons vu que si $A, B \in M_n\times_n(\mathbb{R})$ sont telles que $AB = I_n$, alors $BA = I_n$ également. De manière similaire, si $A, B \in M_n\times_n(\mathbb{R})$ (avec $n \geq 2$) sont telles que $AB = 0$, alors $BA = 0$ (ici, $0 \in M_n\times_n(\mathbb{R})$ désigne la matrice nulle).

☐ Vrai. ☐ Faux.

Question 20

Soient $L_{21}(-2) \in M_3\times_3(\mathbb{R})$ la matrice élémentaire obtenue en ajoutant -2 fois la première ligne de I_3 à sa deuxième ligne, et $A \in M_2\times_3(\mathbb{R})$ définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Parmi les affirmations suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. Il n'est pas possible d'agir sur les colonnes de A en utilisant $L_{21}(-2)$.

☐ 2. Lorsque l'on laisse agir $L_{21}(-2)$ sur les colonnes de A, on obtient la matrice de lignes $(-1, 1, -1)$ et $(3, 0, 1)$.

☐ 3. Lorsque l'on laisse agir $L_{21}(-2)$ sur les colonnes de A, on obtient la matrice de lignes $(1, -1, -1)$ et $(3, -6, 1)$.

☐ 4. Lorsque l'on laisse agir $L_{21}(-2)$ sur les colonnes de A, on obtient la matrice de lignes $(1, 1, -1)$ et $(1, -2, 3)$.

Question 21

Soit $E \in M_3\times_3(\mathbb{R})$ la matrice élémentaire correspondant à l'opération T_{13} (échange des lignes 1 et 3), et $A = (a_{ij}) \in M_3\times_3(\mathbb{R})$. Parmi les possibilités suivantes, cochez celle qui vous paraît correcte.

☐ 1. $AE = EA$ si et seulement si $A = A^T$.

☐ 2. $AE = EA$ si et seulement si A est diagonale et $a_{11} = a_{33}$.

☐ 3. $AE = EA$ si et seulement si $\ell_1(A) = \ell_3(A)$ et $c_1(A) = c_3(A)$.

☐ 4. Aucune des possibilités citées ci-dessus.

Question 22

Soient A et b ci-dessous. Est-il possible d'appliquer la méthode de la vidéo 2.10 afin de résoudre le système AX = b ?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

☐ 1. Oui. La méthode nous donne la solution α = (2, 1).

☐ 2. Non.

Question 23

Soit A ∈ $M_{n\times n}(\mathbb{R})$ admettant une décomposition LU, où L est triangulaire inférieure, U triangulaire supérieure, et b = $(0, \ldots, 0, 1)^T$. On suppose que la dernière ligne de U est constituée de zéros. Alors le système AX = b n'admet aucune solution.

☐ 1. Vrai.

☐ 2. Faux.

Question 24

Soit A ∈ $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$. De combien de façons différentes est-il possible de décomposer A en blocs ? Un bloc peut être constitué d'un seul coefficient, et il n'est pas permis de compter deux fois le même découpage.

☐ 1. 4

☐ 2. 6

☐ 3. 8

☐ 4. 12

Question 25

Soient A ∈ $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ et B ∈ $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ les matrices ci-dessous. De combien de façons différentes est-il possible de décomposer B en blocs afin de pouvoir effectuer le produit AB par blocs ?

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

☐ 1. 2

☐ 2. 3

☐ 3. 4

☐ 4. 8

Question 26

Soient les matrices A, B, C et D ci-dessous. Parmi les expressions suivantes, cochez toutes celles qui existent.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

☐ 1. A^2

☐ 2. AB

☐ 3. AC

☐ 4. AD

☐ 5. BA

☐ 6. B^2

☐ 7. BC

☐ 8. BD

Question 27

Avec les mêmes matrices A, B, C et D que dans le problème précédent, cochez toutes les expressions qui existent.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

☐ 1. CA

☐ 2. CB

☐ 3. C^2

☐ 4. CD

☐ 5. DA

☐ 6. DB

☐ 7. DC

☐ 8. D^2

Question 28

Soient les matrices A et B ci-dessous. Parmi les expressions suivantes, cochez toutes celles qui existent.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

☐ 1. AB

☐ 2. $(AB)^T$

☐ 3. $A(B^T)$

☐ 4. BA

☐ 5. $(A^T)B$

☐ 6. $(BA)^T$

☐ 7. B^2

☐ 8. A^2

Question 29

Soient les matrices A et B ci-dessous. Parmi les affirmations suivantes, cochez toutes celles qui sont correctes.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

☐ 1. $AB = I_3$.

☐ 2. AB = BA.

☐ 3. AB est une matrice diagonale.

☐ 4. A + B est une matrice triangulaire supérieure.

☐ 5. $(3A)^T$ est une matrice carrée.

☐ 6. Aucune des affirmations ci-dessus n'est vérifiée.

Question 30

Soient A, C et b ci-dessous. On peut vérifier que CA = I_4. Parmi les affirmations suivantes, cochez toutes celles qui sont correctes.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 & -2 \\ -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

☐ 1. Le système AX = b possède une unique solution.

☐ 2. Le système AX = b admet une infinité de solutions.

☐ 3. Le système AX = b n'admet aucune solution.

☐ 4. Le système AX = b a pour solution $(4, -5/2, 1, -5/2)^T$.

☐ 5. Le système AX = b a pour solution $(-4, 5/2, -1, 5/2)^T$.

☐ 6. Le système AX = b a pour solution $(22, 10, 14, 19)^T$.

Question 31

Soit la matrice A ci-dessous. Calculer les coefficients demandés de A^{-1} (valeurs exactes).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Entrer, dans cet ordre : $(A^{-1})_{11}$; $(A^{-1})_{23}$; $(A^{-1})_{31}$; $(A^{-1})_{33}$.

Question 32

Soit la matrice A ci-dessous. Calculer les coefficients demandés de A^{-1} (valeurs exactes).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Entrer, dans cet ordre : $(A^{-1})_{12}$; $(A^{-1})_{23}$; $(A^{-1})_{31}$; $(A^{-1})_{22}$.

Question 33

Soit $a \in \mathbb{R}$. On considère le système $ax + (a-1)y + z = 0$; $x + z = 0$; $4x + 2y = 0$. On admet que le système possède une infinité de solutions si et seulement si $a = 1$; autrement, il possède une solution unique. Parmi les matrices suivantes, déterminer toutes celles qui sont inversibles.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \pi & \pi - 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 34

Soit A la matrice ci-dessous et $B = L_{21}(-3/2)L_{31}(-1/2)A$. Parmi les affirmations suivantes, cocher toutes celles qui sont correctes.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

☐ 1. Le coefficient B_{23} vaut 11/2.

☐ 2. La matrice B est échelonnée.

☐ 3. La matrice B est diagonale.

☐ 4. Le coefficient B_{13} vaut 7.

☐ 5. La matrice B est échelonnée réduite.

☐ 6. Le coefficient B_{33} vaut 11/2.

Question 35

Soit A la matrice ci-dessous et $B = T_{12}\, D_2(1/2)L_{41}(-2)T_{13}\, A$. Calculer les coefficients demandés de B.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Entrer, dans cet ordre : B_{14} ; B_{13} ; B_{21} ; B_{34}.

Question 36

Lesquelles des matrices suivantes sont élémentaires ? Cocher toutes celles qui le sont.

☐ A $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☐ B $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

☐ C $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☐ D $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☐ E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☐ F $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 37

Soit A = LU, où L est triangulaire inférieure et U triangulaire supérieure. On cherche à résoudre AX=b. Par quelle étape commence-t-on ?

☐ 1. Poser Y = LX et résoudre UY = b.

☐ 2. Résoudre UX = b.

☐ 3. Poser Y = UX et résoudre LY = b.

Question 38

Soit A ci-dessous et U = $L_{32}(-9/8)L_{31}(-1)L_{21}(-2)$A une forme échelonnée. Choisir la bonne matrice U.

A = $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

☐ 1. U = $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & -21/8 \end{pmatrix}$

☐ 2. $U = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & -8 & 5 \\ 0 & 0 & -21/8 \end{pmatrix}$

☐ 3. $U = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & -8 & 5 \\ 0 & 0 & 21/8 \end{pmatrix}$

Question 39

Soit A = LU avec la même matrice A et la même élimination que dans le problème précédent. Calculer les coefficients suivants de L.

Entrer, dans cet ordre : L_{21} ; L_{22} ; L_{31} ; L_{32}.

Question 40

Soient I la matrice identité n × n, X et Y deux matrices n × n. Parmi les matrices blocs suivantes, cocher toutes celles qui sont inversibles.

☐ 1. $\begin{pmatrix} I & X \\ 0 & I \end{pmatrix}$

☐ 2. $\begin{pmatrix} I & 0 \\ Y & I \end{pmatrix}$

☐ 3. $\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & Y \end{pmatrix}$

☐ 4. $\begin{pmatrix} X & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$

Question 41

Soit S le système d'équations linéaires donné par

$x - 2y = 7$

$2x - 3y + z = 6$

$-2x + y - 3z = 10$

et notons A la matrice des coefficients associée à S. Alors A est inversible.

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

☐ 1. Vrai.

☐ 2. Faux.

Question 42

En cours, nous avons vu un algorithme permettant de décomposer une matrice (donnée en un produit de deux matrices triangulaires : la première inférieure, la deuxième supérieure). Si A est une matrice qui admet une telle décomposition A = LU, cette décomposition est-elle utile dans le cas où la matrice A est inversible ?

Indication : essayez de répondre à la question en considérant une matrice A diagonale inversible.

☐ 1. Oui.

☐ 2. Non.

Question 43

La matrice suivante, où X et Y sont de taille n × n et I = I_n, est-elle inversible ?

M = $\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & I \end{pmatrix}$

☐ 1. Oui, toujours.

☐ 2. Cela dépend uniquement de X.

☐ 3. Cela dépend uniquement de Y.

☐ 4. Cela dépend de X et de Y.

☐ 5. Non, jamais.

Question 44

Soit I la matrice identité n × n et soient A, B, X, Y, Z des matrices n × n telles que

$$\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & I \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X & Y & Z \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

Cela force :

☐ 1. $X = A^{-1}$.

☐ 2. $X = B^{-1}$.

☐ 3. $X = -A^{-1}$.

☐ 4. $Y = A^{-1}$.

☐ 5. Y = 0.

☐ 6. Y = −A.

☐ 7. $Z = -A^{-1}B$.

☐ 8. $Z = -B + A^{-1}$.

☐ 9. $Z = -BA^{-1}$.