Lycée Jean-Piaget **3M8**
Mathématiques **TE n. 5**
Nom : ~~....................~~
Prénom : ~~................~~

Corrigé

tot. /~~52~~ 70

Rédigez ce travail au stylo. *La* ***calculatrice et le F&T*** *sont autorisés. Les détails de vos calculs sont* ***<u>exigés</u>****. Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.*

Exercice 1 (8 points)

Calculez le nombre d'anagrammes de chaque mot et complétez le tableau suivant :

	Mot	N° anagrammes
1	ZURICH	$6! = 720$
3	GENEVE	$\frac{6!}{3!} = 120$
4	BELLINZONA	$\frac{10!}{2!\,2!} = 907\,200$

Exercice 2 (4 points)

1. Combien de sortes de salades de fruits peut-on faire si on choisit 5 fruits parmi 12 ?
   $C(12,5) = 792$
2. De combien de façons différentes 8 personnes peuvent s'asseoir autour d'une table ronde à 8 places ? $(8-1)! = 7! = 5040$

Exercice 3 (8 points)

Le code d'une carte de crédit comporte 6 chiffres (de 0 à 9) qui peuvent être répétés.

Calculez le nombre de codes possibles pour chacune des **situations** suivantes qui sont **indépendantes** :

2 A. Le code commence et termine par 8. $1 \cdot 10^4 \cdot 1 = 10^4 = 10'000$

3 B. Le deuxième et troisième chiffre sont égaux. $10^4 \cdot 10 = 10^5 = 100'000$

3 C. Le code contient 4 fois le 5 et deux chiffres pairs. il y a 5 chiffres pairs qui peuvent se répéter.
$\overset{*}{A}(5,2) = 5^2 = 25$

Exercice 4 (10 points)

Dans une université le code attribué à chaque étudiant commence avec 2 lettres et 4 chiffres.

Les lettres représentent les initiales de l'étudiant, les chiffres représentent le jour et mois de naissance de l'étudiant (ex : LJ1304 correspond à Léa Jeannot née le 13 avril).

A. Combien d'étudiants doit-il y être au minimum pour que l'on soit sûr qu'au moins 2 :

2 1. aient les mêmes initiales ? $26^2+1 = 676+1 = 677$

2 2. fêtent l'anniversaire le même jour ? $365+1 = 366$

3 3. aient les mêmes initiales et fêtent l'anniversaire le même jour ?

$$676 \cdot 365 + 1 = 246740 + 1 = 246741$$

Comme évoqué, le code attribué à chaque étudiant commence avec 2 lettres et 4 chiffres. Ce code termine avec 2 lettres qui peuvent être égales et sont associées selon l'ordre d'inscription. Bien évidemment à chaque code correspond un unique étudiant !

B. Combien d'étudiants y a-t-il au maximum dans cette université si le code est conçu ainsi ?

3

$$246740 \cdot 26^2 = 246740 \cdot 676 =$$
$$= 166'796'240$$

Exercice 5 (6 points)

Un questionnaire comprend 20 questions. La réponse peut être OUI ou NON.

1. Combien peut-on donner de réponses ?

3

$$2^{20} = 1'048'576$$

On sait que seulement 3 réponses sont NON. Mais on ne sait pas lesquelles...

3 2. Grâce à cette information, combien de possibilités a-t-on de placer les réponses ? n° anagrammes de $\underbrace{NNN}_{3}\underbrace{O \dots O}_{17}$

$$\frac{20!}{3!\,17!} = 1140$$

Toutes les réponses doivent être données sous forme de fraction irréductible.

Exercice 6 (20 points)

Un sachet contient 30 jetons : 15 NOIRS, 7 BLANCS, 3 VERTS, 5 ROUGES.

I. On extrait un jeton. Calculez la probabilité

1 1. Qu'il soit BLANC ; $p(B) = \frac{7}{30}$

2 2. Qu'il soit BLANC ou NOIR ; $p(B \cup N) = \frac{15+7}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

1 3. Qu'il ne soit pas ROUGE. $p(\bar{R}) = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

1 4. Qu'il soit JAUNE. $p(J) = 0$

II. On extrait 2 jetons, **un à la fois et avec remise**. Calculez la probabilité

1,5 1. Qu'ils soient tous VERTS ; $p(VV) = \left(\frac{3}{30}\right)^2 = \frac{1}{100}$

,5 2. Que le premier soit NOIR et l'autre ROUGE ; $p(NR) = \frac{15}{30} \cdot \frac{5}{30} = \frac{1}{12}$

2 3. Que l'un soit NOIR et l'autre ROUGE ; $p(NR \cup RN) = \frac{1}{12} \cdot 2 = \frac{1}{6}$

3 4. Qu'ils soient de couleurs différentes ;

$1 - p(XX) = 1 - (p(VV) + p(BB) + p(NN) + p(RR)) = 1 - \left(\frac{9}{900} + \frac{49}{900} + \frac{225}{900} + \frac{25}{900}\right)$

$= 1 - \frac{308}{900} = \frac{592}{900} = \frac{148}{225}$

III. On extrait 2 jetons **simultanément**. Calculez la probabilité

1. Qu'ils soient NOIRS ;

2 $p(NN) = \frac{15 \cdot 14}{30 \cdot 29} = \frac{7}{29}$

2. De ne pas extraire de jetons NOIRS ;

2 $p(\bar{N}\bar{N}) = \frac{15 \cdot 14}{30 \cdot 29} = \frac{7}{29}$

3. Qu'au moins un soit BLANC.

3 $1 - p(\bar{B}\bar{B}) = 1 - \frac{23 \cdot 22}{30 \cdot 29} = \frac{870 - 506}{870} = \frac{364}{870} = \frac{182}{435}$

Toutes les réponses doivent être données en pourcentage et arrondies au millième

Exercice 8 (20 points)

Dans une ville, tous les résidents ayant 18 ans révolus ont répondu à un questionnaire.

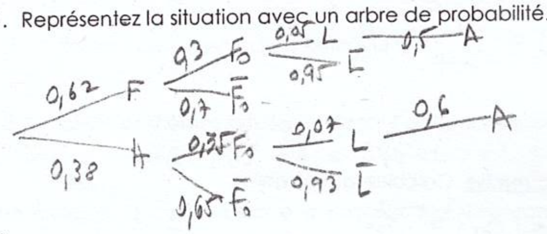
Les données ont fourni les informations suivantes :

✓ 62% sont des femmes dont 30% sont en formation ; 5% de ces dernières étudie les langues.

✓ 38% sont des hommes dont 35% est en formation ; 7% de ces derniers étudie les langues.

1. Représentez la situation avec un arbre de probabilité.

6



On choisit l'une de ces personnes au hasard. Calculez la probabilité que cette personne :

2. Soit une femme en formation, mais qu'elle n'étudie pas les langues ; 2

$p(FF_0\bar{L}) = 0,62 \cdot 0,3 \cdot 0,95 = 0,1767$ 17,67%

3. Soit une personne qui étudie les langues. 2

$p(L) = 0,62 \cdot 0,3 \cdot 0,05 + 0,38 \cdot 0,35 \cdot 0,07 = 0,0093 + 0,00931 \Rightarrow 1,861\%$

4. Sachant que la personne choisie étudie les langues, quelle est la probabilité qu'elle soit un homme ? 4

$$p(H/L) = \frac{p(H \cap L)}{p(L)} = \frac{0,00931}{0,01861} \cong 0,50027 \Rightarrow 50,027\%$$

On sait que parmi les étudiants en langues, la moitié des femmes étudie l'anglais, tandis que pour les hommes le pourcentage s'élève à 60%.

5. On choisit une personne au hasard et elle nous dit qu'elle n'étudie pas l'anglais. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas en formation ?

2

$$p(A) = 0,62 \cdot 0,3 \cdot 0,05 \cdot 0,5 + 0,38 \cdot 0,35 \cdot 0,07 \cdot 0,6 = 0,00465 + 0,00558 = 0,010236 \cong 0,01024$$

4

$$p(\bar{F_0}/\bar{A}) = \frac{0,62 \cdot 0,7 + 0,38 \cdot 0,65}{1 - 0,01024} = \frac{0,434 + 0,247}{0,98976} = \frac{0,681}{0,98976} = \cong 0,68805 \Rightarrow 68,805\%$$