

Points

Note

Décembre 2021

Prénom :

EXERCICE 1 : EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Trouver la solution particulière de l'équation suivante, avec la condition donnée :

a) $x^4 e^y y' = 6(x-1)$ avec $y(2) = 0$

Déterminer la solution générale des 2 équations suivantes :

b) $y - 2xy' = 6x - 4x^2$

c) $xy' = y \left(3 + \frac{1}{\ln(x)} \right)$

EXERCICE 2 : SÉRIES DE TAYLOR

On considère les fonctions suivantes : $f(x) = e^{-x^2}$ et $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$

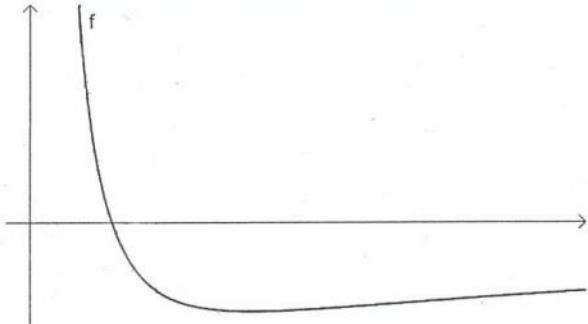
a) A l'aide des dérivées successives de $f(x)$, déterminer le polynôme constitué des 3 premiers termes non nuls du développement en série de Taylor (MacLaurin) de $f(x)$, au voisinage de $x = 0$.

b) A l'aide des dérivées successives de $g(x)$, déterminer le polynôme de Taylor de degré 2 de $g(x)$, au voisinage de $x = 5$.

EXERCICE 3 : FONCTION

On considère la fonction $f(x) = \frac{2 - 4\ln(x)}{x}$

Son graphe est représenté ci-contre.



a) Déterminer le domaine de définition, le zéro et les coordonnées du point à tangente horizontale de $f(x)$.

b) Mettre en évidence sur le graphe la surface délimitée par la courbe $f(x)$, l'axe x , et les droites verticales $x=1$ et $x=k$ (avec $k > 2$). Calculer la valeur du paramètre k de sorte que l'aire de cette surface fermée soit égale à 5.

c) Calculer en quel point du graphe la tangente au graphe de $f(x)$ passe par l'origine. Donner l'équation de cette tangente.