

EXERCICE 1 (~ 6 pts)

PRÉNOM : .

- a. A l'aide de dérivées successives, donner les 3 premiers termes non nuls développement de Mac Laurin de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

- b. Soit $g(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$. Déterminer a, b, c et d , afin que

$$g(x) = a + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3.$$

EXERCICE 2 (~ 5 pts)

a. Trouver le domaine de définition de $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln^2(x))}$.

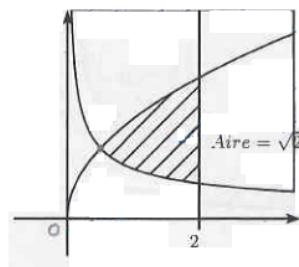
b. A l'aide de la substitution $t = \ln(x)$, trouver une primitive de $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln^2(x))}$.

c. Calculer, si elles existent, les intégrales suivantes : $\int_1^\infty f(x)dx$ $\int_0^1 f(x)dx$

EXERCICE 3 (~ 6 pts)

On donne $f(x) = a \cdot \sqrt{x}$.

Sur le dessin ci-contre, on a dessiné les graphes de $f(x)$ et $f'(x)$ ainsi que la droite $x = 2$. Sachant que l'aire hachurée vaut $\sqrt{2}$, calculer la valeur du paramètre a .



EXERCICE 4 (~ 10 pts)

a. Calculer les primitives suivantes:

$$\bullet \int \frac{\sin(x)}{\cos(x) + 3} dx$$

$$\bullet \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 6}$$

- b. • Trouver deux nombres réels a et b de manière à ce que

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)} = a + b \cdot \frac{-\sin(x) + \cos(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$$

- En utilisant le changement de variable $u = \cos(x) + \sin(x)$, trouver une primitive de f