EXERCICE 1 (~ *5 pts*)

PRÉNOM :

On appelle S_n la somme suivante : $S_n = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + \cdots + n \cdot (n+5)$

a. Calculer S_1, S_2, S_3 et S_4. En tenant compte de l'égalité $3S_n = n(n+1)(\cdots)$, trouver une formule pour calculer S_n

b. Démontrer par récurrence que la formule trouvée est correcte pour tout entier n positif.

EXERCICE 2 (~ *2 pts*)

Calculer la valeur exacte de la limite suivante:

$$\lim_{x \to e} \frac{x(1 - \ln(x))}{x^2 - e^2} =$$

EXERCICE 3 (~ *7 pts*)

On considère la fonction $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$.

a. Dresser le tableau des signes de f, calculer les coordonnées des deux points à tangente horizontale, puis tracer le graphe de f dans le système d'axes ci-contre.

b. Que vaut $\int_{-3}^{3} f(x)dx$?

c. En faisant tourner le graphe de f autour de l'axe des x , on délimite un corps de révolution dans l'espace. Calculer le volume de ce corps.

Exercice 4 ($\sim$ *10 pts*)

Calculer les primitives suivantes:

- $\int x \ln(x^2) dx$

- $\int (x^2 - 5x)e^{-2x} dx$

- $\int \sin(x) \cdot \cos^3(x) dx$

- $\int \arctan(x)dx = \int 1 \cdot \arctan(x)dx$

  Indication : Pour cette dernière primitive, effectuer une intégration par partie et utiliser l'information suivante: $(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$

EXERCICE 5 (~ *4 pts*)

Montrer que l'aire hachurée sur le dessin ci-dessous vaut $A = 2\sqrt{2}$