

Rédigez ce travail au stylo. La calculatrice et le F&T sont autorisés. Les détails de vos calculs sont exigés.
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (16 points)

Soit f la fonction d'équation: $y = f(x) = \frac{3 + \ln(1-x)}{22-5x}$.

Déterminez par calculs:

1. le domaine de la fonction;
2. les coordonnées des éventuels points d'intersections du graphe de f avec les axes;
3. les limites aux bornes du domaine. Interprétez le résultat.

$$1. \begin{cases} 1-x > 0 \\ 22-5x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \neq 22/5 \end{cases} \Rightarrow x < 1$$

$$D =]-\infty; 1[$$

$$2. x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{3 + \ln(1)}{22} = \frac{3}{22} \quad \text{I}_y \left(0; \frac{3}{22} \right)$$

$$y=0 \Rightarrow \ln(1-x) + 3 = 0$$

$$\ln(1-x) = -3$$

$$1-x = e^{-3}$$

$$x = 1 - \frac{1}{e^3}$$

$$\text{I}_x \left(1 - \frac{1}{e^3}; 0 \right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \left[\frac{3 + \infty}{+\infty} \right] = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right] \stackrel{\text{F.T}}{=} \text{C}^+$$

$$d-A \neq$$

$$d \text{ eq. } y=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \left[\frac{3 + (-\infty)}{22-5} \right] = \left[\frac{-\infty}{17} \right] = -\infty$$

$$A \neq$$

$$d \text{ eq. } x=1$$

Exercice 2 (11 points)

Soit f la fonction d'équation : $y = f(x) = e \cdot x - e^x$.

- I. Déterminez-en le domaine. $D = \mathbb{R}$
- II. Dressez :
 1. le tableau de croissance de f ;
 2. le tableau de courbure de f .
- III. Déterminez par calculs les coordonnées des éventuels points de maximum, minimum, inflexion de f .

1. $f'(x) = e - e^x$

$$e - e^x = 0 \quad \text{si} \quad e^x = e \Rightarrow x = 1$$

$$e - e^x > 0 \quad \text{si} \quad e^x < e \Rightarrow x < 1$$

TCR.

x	1
$f'(x)$	$+$ 0 $-$

$\nearrow$ $\text{Max}(f)$ $\searrow$
 (1)

$$f(1) = e - e = 0$$

2. $f''(x) = 0 - e^x$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow -e^x = 0 \quad \text{imp.} \quad \left(\begin{array}{l} \text{pas de points} \\ \text{d'infl.} \end{array} \right)$$

$$f''(x) > 0 \Rightarrow -e^x > 0 \Rightarrow e^x < 0 \quad \text{imp.}$$

(4)

x
$f''(x)$
$-$

la fonction est toujours concave

Exercice 3 (9 points)

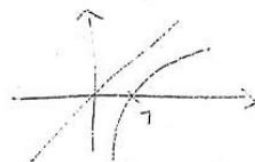
Soit f la fonction d'équation : $y = f(x) = \frac{2x^2 - 7}{x - \ln(x)}$.

Déterminez l'équation de TOUTES ses éventuelles asymptotes.

Montrez vos calculs ainsi que l'analyse de la situation.

Domaine : $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \ln(x) \end{cases}$ Toujours

$$D =]0; +\infty[\quad (2)$$



$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \left[\frac{-7}{0^+} \right] = 0^- \quad \text{pas d'AV.}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \left[\frac{+\infty}{+\infty - \infty} \right] \begin{matrix} f1 \\ CPL \\ dth \end{matrix} = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right] \begin{matrix} f1 \\ CPL \\ dth \end{matrix} = +\infty \quad \text{pas}$$

comparaison x^2 et x

peut-être A.O

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7}{x^2 - x \ln(x)} = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2 = m ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - m(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7}{x - \ln(x)} - 2x =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7 - 2x^2 + 2x \ln(x)}{x - \ln(x)} = \left[\frac{-7 + \infty}{+\infty} \right] \begin{matrix} f1 \\ CPL \\ dth \end{matrix} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \ln(x)}{x} = +\infty \quad \text{pas d'AO}$$

$k \in \mathbb{R}$

Exercice 4 (18 points)

Calculez (donnez des valeurs exactes et fractions irréductibles) :

② 1. $\int (x-3)dx = \frac{x^2}{2} - 3x + k$

① 3. $\int \frac{15}{x} dx = 15 \ln(x) + k$

① 2. $\int 19 dx = 19x + k$

② 4. $\int \frac{107}{x^2} dx = \int 107 x^{-2} dx = -\frac{107}{x} + k$

④ 5. $\int \left(\frac{21-x^2+9x^7}{3x^7} \right) dx = \int \left(\frac{7}{x^6} - \frac{1}{3}x^{-5} + 3 \right) dx = -\frac{7}{5x^5} + \frac{1}{12}x^4 + 3x + k$

④ 6. $\int \left(\frac{3}{2}x - \sqrt{x} + 18\sqrt[3]{x^2} \right) dx = \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 18 \frac{\sqrt[3]{x^5}}{5/3} + k = \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{54}{5}x\sqrt[3]{x} + k$

④ 7. $\int_4^7 (x^2-1)dx = \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_4^7 = \left(\frac{7^3}{3} - 7 \right) - \left(\frac{4^3}{3} - 4 \right) = \frac{343}{3} - 7 - \frac{64}{3} + 4 = \frac{279}{3} - 3 = \frac{276}{3} = 92$

Exercice 5 (5 points)

Soit f la fonction d'équation $y = f(x) = x^3 + x^2 - 6x$ et son graphe représenté ci-contre.

Calculez l'aire exacte de la surface grisée.

① $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 3x^2 + k$ soit $k=0$

② $A = F(0) - F(-3) - (F(2) - F(0)) =$

③ $= F(0) - F(-3) - F(2) =$

$= 2 \cdot 0 - \left(\frac{81}{4} - 9 - 27 \right) - \left(4 + \frac{8}{3} - 12 \right)$

$= 0 - \frac{81}{4} + 36 + 27 - \frac{8}{3} =$

$= 44 - \frac{81}{4} - \frac{8}{3} = \frac{528}{12} - \frac{243}{12} - \frac{32}{12}$

④ $= \frac{253}{12}$

