Lycée Jean-Piaget **3M8**
Mathématiques **TE n. 6**
Nom : ....
Prénom : .... corrigé tot. /20

Rédigez ce travail au stylo. La **calculatrice et le F&T** sont autorisés. Les détails de vos calculs sont **exigés**.
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (20 points)

Dans un sachet il y a 80 jetons : 40 Rouges, 25 Jaunes, 10 Noirs, 5 Verts.

I. On tire 4 jetons, un à la fois AVEC remise.

Calculez la probabilité d'obtenir :

a) 4 jetons verts $p(4V) = \left(\frac{5}{80}\right)^4 \cong 0{,}00001526 \Rightarrow 0{,}0015\%$

2

b) 2 jetons verts et 2 rouges $p(2V\,2R) = \left(\frac{5}{80}\right)^2 \cdot \left(\frac{40}{80}\right)^2 \cdot C_2^4 \cong 6 \cdot 0{,}000977 \cong 0{,}005859$ $0{,}59\%$

2

c) Les 2 premiers jetons verts et les autres rouges

2 $p(E_c) = \left(\frac{5}{80}\right)^2 \cdot \left(\frac{40}{80}\right)^2 \cong 0{,}000977 \Rightarrow 0{,}0977\%$ ou $\frac{1}{1024}$

d) Les 4 jetons de couleur différente

2 $p(E_d) = \frac{40}{80} \cdot \frac{25}{80} \cdot \frac{10}{80} \cdot \frac{5}{80} \cdot 4! \cong 0{,}0293 \Rightarrow 2{,}93\%$

e) Les 4 jetons de couleur différente dont le deuxième est rouge.

2 $p(E_e) = \frac{25}{80} \cdot \frac{40}{80} \cdot \frac{10}{80} \cdot \frac{5}{80} \cdot 3! \cong 0{,}0073 \Rightarrow 0{,}73\%$

II. On tire **simultanément** 3 jetons. (UN à la fois SANS remise!)

Calculez la probabilité d'obtenir :

a) 3 jetons noirs

2 $p(3N) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{80 \cdot 79 \cdot 78} = \frac{3}{2054} \cong 0{,}00146 \Rightarrow 0{,}146\%$

b) 2 jetons verts et 1 jaune

3 $p(2V\,1J) = 3 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 25}{80 \cdot 79 \cdot 78} = \cancel{3} \cdot \frac{25}{4 \cdot 79 \cdot \cancel{78}_{26}} = \frac{25}{8216} \Rightarrow \sim 0{,}30\%$

c) Les 2 derniers jetons verts et le premier rouge

2 $p(RVV) = \frac{40 \cdot 5 \cdot 4}{80 \cdot 79 \cdot 78} = \frac{5}{3081} \cong 0{,}0016 \Rightarrow 0{,}16\%$

d) 3 jetons de couleur différente, mais pas vert.

3 $p(E_d) = \frac{40 \cdot 25 \cdot 10}{80 \cdot 79 \cdot 78} \cdot 3! = \frac{125}{79 \cdot \cancel{78}_{13}} \cdot 6 = \frac{125}{1027} \cong 0{,}1217$ $12{,}17\%$

Exercice 2 (~~30~~ 23 points)

Une usine produit des verres de trois couleurs différentes (Blanc, Vert, Rouge) et avec un logo gravé.

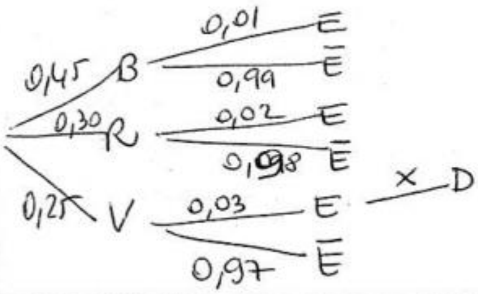
Trois machines fabriquent les verres, chacune d'une unique couleur ; on indique chaque machine avec l'initiale de la couleur de verre produite : B, R, V.

Une fois les verres fabriqués, ils sont tous acheminés vers une autre machine dont la fonction est de graver le logo.

Les machines B, R, V produisent respectivement : 45%, 30% ; 25% du total des verres.

Quelques verres sortent des trois premières machines avec le bord ébréché, précisément et respectivement : 1%, 2%, 3%. On donnera après les informations concernant le logo...

1. Représentez la situation avec un arbre.



(4)

I. On choisit au hasard un verre parmi tous avant qu'il soit gravé.

2. Calculez la probabilité qu'il ne comporte pas d'ébréchure.

(3) $p(\bar{E}) = 0{,}45 \cdot 0{,}99 + 0{,}30 \cdot 0{,}98 + 0{,}25 \cdot 0{,}97 = 0{,}4455 + 0{,}294 + 0{,}2425 =$
$= 0{,}982$
98,2 %

3. Calculez la probabilité qu'il soit Vert et ébréché.

(2) $p(V \cap E) = 0{,}25 \cdot 0{,}03 = 0{,}0075 \Rightarrow 0{,}75\%$

4. Le verre choisi est ébréché. Calculez la probabilité qu'il soit Bleu.

(5) $p(B|E) = \dfrac{p(B \cap E)}{p(\bar{E})} = \dfrac{p(B \cap E)}{1 - p(\bar{E})} = \dfrac{0{,}45 \cdot 0{,}01}{1 - 0{,}982} = 0{,}25$
25%

II. Le contrôle de qualité production choisit plusieurs verres avant la gravure.

(8) 5. Combien de verres au minimum doit-il choisir afin que la probabilité d'en obtenir **au moins un ébréché dépasse 92% ?**

$1 - (p(\bar{E}))^n > 0{,}92$

$1 - (0{,}982)^n > 0{,}92$

$-(0{,}982)^n > -1 + 0{,}92$

$(0{,}982)^n < 0{,}08$

$n \log(0{,}982) < \log(0{,}08)$

$n > \dfrac{\log(0{,}08)}{\log(0{,}982)} \cong 139{,}05$

à partir de 140 verres

III. On constate que 0,7% des verres Vertes comportent et l'ébréchure et le logo défectueux. On suppose que le défaut du logo soit indépendant de la couleur du verre, donc c'est un élément strictement lié à la machine qui fait la gravure.

6. Vérifiez par calculs (à montrer) que ~~35%~~ environ 23% des verres sortant de la machine qui grave le logo ont ce dernier défectueux (donc il faudrait régler cette machine ...)

3

$$0{,}03 \cdot x = 0{,}007$$

$$p(D) = x = \frac{0{,}007}{0{,}03} \cong 0{,}23$$

BONUS Δ

7. Vérifiez par calculs (à montrer) qu'au total ~~0,63%~~ environ 0,42% des verres produits comporte et l'ébréchure et le logo défectueux.

4

$$p(E \cap D) = p(E) \cdot p(D) =$$

$$= (1 - 0{,}982) \cdot \frac{7}{30} =$$

$$= 0{,}18 \cdot \frac{7}{30} = 0{,}0042 \Rightarrow 0{,}42\%$$

BONUS Δ

Exercice 3 (10 points)

Un dé à 6 faces est pipé. Le tableau ci-dessous résume la probabilité que les faces se présentent :

face	1	2	3	4	5	6
probabilité	3/12	1/12	2/12	2/12	3/12	1/12

On lance le dé 9 fois. Indiquez le calcul (**sans le faire**) pour déterminer la probabilité que :

1. Se présente toujours la face 2

2

$$\left(\frac{1}{12}\right)^9$$

2. Se présente exactement 4 fois la face 4

3

$$C_5^9 \left(\frac{2}{12}\right)^4 \left(\frac{10}{12}\right)^5$$

3. Seulement la première fois et les 3 dernières fois se présente la face 5

2

$$\left(\frac{3}{12}\right)^4 \left(\frac{9}{12}\right)^5$$

4. Se présentent seulement des nombres pairs

3

$$\left(\frac{4}{12}\right)^9$$

Exercice 4 (22 points)

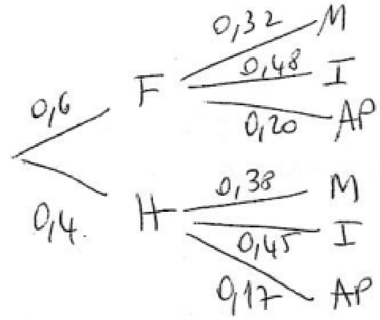
Les employés d'un hôpital sont : 60% des femmes et 40% des hommes.

Parmi les femmes, 32% sont des médecins, 48% des infirmières ; le reste sont des personnes exerçant d'autres professions.

Parmi les hommes, 38% sont des médecins, 45% des infirmiers ; le reste sont des personnes exerçant d'autres professions.

I. Représentez la situation avec un arbre de probabilités.

4



II. On choisit l'un de ces employés au hasard. Calculez la probabilité qu'elle soit :

1. une femme médecin ;

2 $p(F \cap M) = 0{,}6 \cdot 0{,}32 = 0{,}192 \Rightarrow 19{,}2\%$

2. un homme médecin ;

2 $p(H \cap M) = 0{,}48 \cdot 0{,}38 = 0{,}152 \Rightarrow 15{,}2\%$

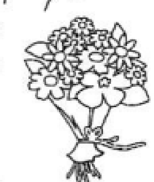
3. un médecin ;

2 $p(M) = p(F \cap M) + p(H \cap M) = 0{,}192 + 0{,}152 = 0{,}344$ soit $34{,}4\%$

4. une personne « exerçant une autre profession que médecin/infirmier ».

2 $p(AP) = 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}17 = 0{,}12 + 0{,}068 = 0{,}188$ soit $18{,}8\%$

Pour le premier jour de printemps, on a organisé une sorte de surprise. Parmi les employées, trois femmes seront choisies au hasard et on leur offrira un bouquet de fleurs.



III. Calculez la probabilité que les trois gagnantes soient :

5. Un médecin, une infirmière et une personne exerçant une autre profession ;

3 $p(1M1I1AP) = 3! \cdot 0{,}32 \cdot 0{,}48 \cdot 0{,}2 = 0{,}18432$ $18{,}432\%$

6. Trois infirmières ;

2 $p(3I) = (0{,}48)^3 \approx 0{,}1104 \Rightarrow 11{,}04\%$

7. Infirmières et/ou personnes « exerçant une autre profession que médecin/infirmière » ;

3 $p(\bar{M}) = 1 - 0{,}32 = 0{,}68 \Rightarrow p(3\bar{M}) = (0{,}68)^3 = 0{,}3144$ $31{,}44\%$

8. Au moins un médecin.

2 $1 - p(3\bar{M}) = 1 - 0{,}3144 = 0{,}6856 \Rightarrow 68{,}56\%$