

Exercice 1 Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

Employer d'abord la méthode empirique puis justifier à l'aide de la méthode algébrique sauf si le calcul de limite est suivi de (*)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x^2 + x - 3} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 8x + 15} \quad 4) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 6}{(x+2)^2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} (*) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} (*) \quad 7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}} (*) \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) (*)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan(3x)} (*) \quad 10) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \quad 11) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{2x - 1} - 3} \quad 12) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 8} - 1}{x + 3}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} (*) \quad 14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{3^x - 3} (*) \quad 15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\log(x+1)} (*) \quad 16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\tan(2x)} (*)$$

Exercice 2 Calculer, si elle existe, la limite à droite et la limite à gauche

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{2x^2 - 6x + 4} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} 3^{\frac{1}{x}}$$

Exercice 3 Calculer, si elles existent, les limites suivantes (droite et gauche) :

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^2 - 4} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 4}{(x+1)^2} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 4}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 1|}{x^2 - 2x + 1} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Exercice 4 Pour les fonctions suivantes calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$1) f(x) = \frac{2x+1}{x} \quad 2) f(x) = \frac{x+1}{x^2} \quad 3) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x+1} \quad 4) f(x) = \frac{x+1}{|x|}$$

$$5) f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - x \quad 6) f(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad 7) f(x) = \frac{x}{\cos(x)} \quad 8) f(x) = \frac{2x + \sin(x)}{x+1}$$

$$9) f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad 10) f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Exercice 5 Trouver toutes les asymptotes pour les fonctions suivantes (esquisser le graphe) :

$$1) f(x) = \frac{2x-1}{x^2-2x-3}$$

$$2) f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$$

$$3) f(x) = \frac{2x^2+5x+7}{x+3}$$

$$4) f(x) = \frac{3|x|-5}{x+1}$$

$$5) f(x) = \frac{3x^2+x+4}{(x+1)^2}$$

$$6) f(x) = \frac{2x^2-x-1}{2x^3+x^2}$$

$$7) f(x) = \frac{-x^2+5x+7}{2x-1}$$

$$8) f(x) = \frac{\sin(2x)}{3x}$$

Exercice 6 Soit $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}$

Déterminer a, b, c et d sachant que : $x=-2$ est l'asymptote verticale, $y=x-1$ est l'asymptote oblique et le graphe de f passe par $P(1; \frac{1}{3})$. Dessiner ensuite le graphe de la fonction.

Exercice 7 A l'aide de la définition, calculer la dérivée pour les fonctions suivantes :

$$1) f(x)=ax+b \quad 2) f(x)=x^2 \quad 3) f(x)=x^3 \quad 4) f(x)=\frac{1}{x}$$

$$5) f(x)=\frac{1}{x^2} \quad 6) f(x)=\sin(x) \quad 7) f(x)=c \quad 8) f(x)=|x| \text{ (distinguer } x<0 \text{ et } x>0)$$

Exercice 8 Dériver les fonctions suivantes :

$$1) f(x)=x^2-3x \quad 2) f(x)=5x^3+2x^2-7x+4 \quad 3) f(x)=-3x^{17}+14x^8-x^3 \quad 4) f(x)=(2x-1)^3$$

Exercice 9 Dériver les fonctions suivantes :

$$1) f(x)=x \cdot \cos(x) \quad 2) f(x)=\frac{x}{x-1} \quad 3) f(x)=(4-x^2)\sin(x)$$

$$4) f(x)=\tan(x) \quad 5) f(x)=\frac{3}{4x^2} \quad 6) f(x)=\frac{\sin(x)}{2x-1}$$

$$7) f(x)=\frac{2x^2+x-1}{-x+3} \quad 8) f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}} \quad 9) f(x)=3x \cdot \sqrt{x+1}$$

$$10) f(x)=\sqrt[3]{x} (= x^{\frac{1}{3}}) \quad 11) f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{x}} \quad 12) f(x)=\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^3}}$$