

Rédigez ce travail au stylo. La calculatrice est autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés.
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (20 points)

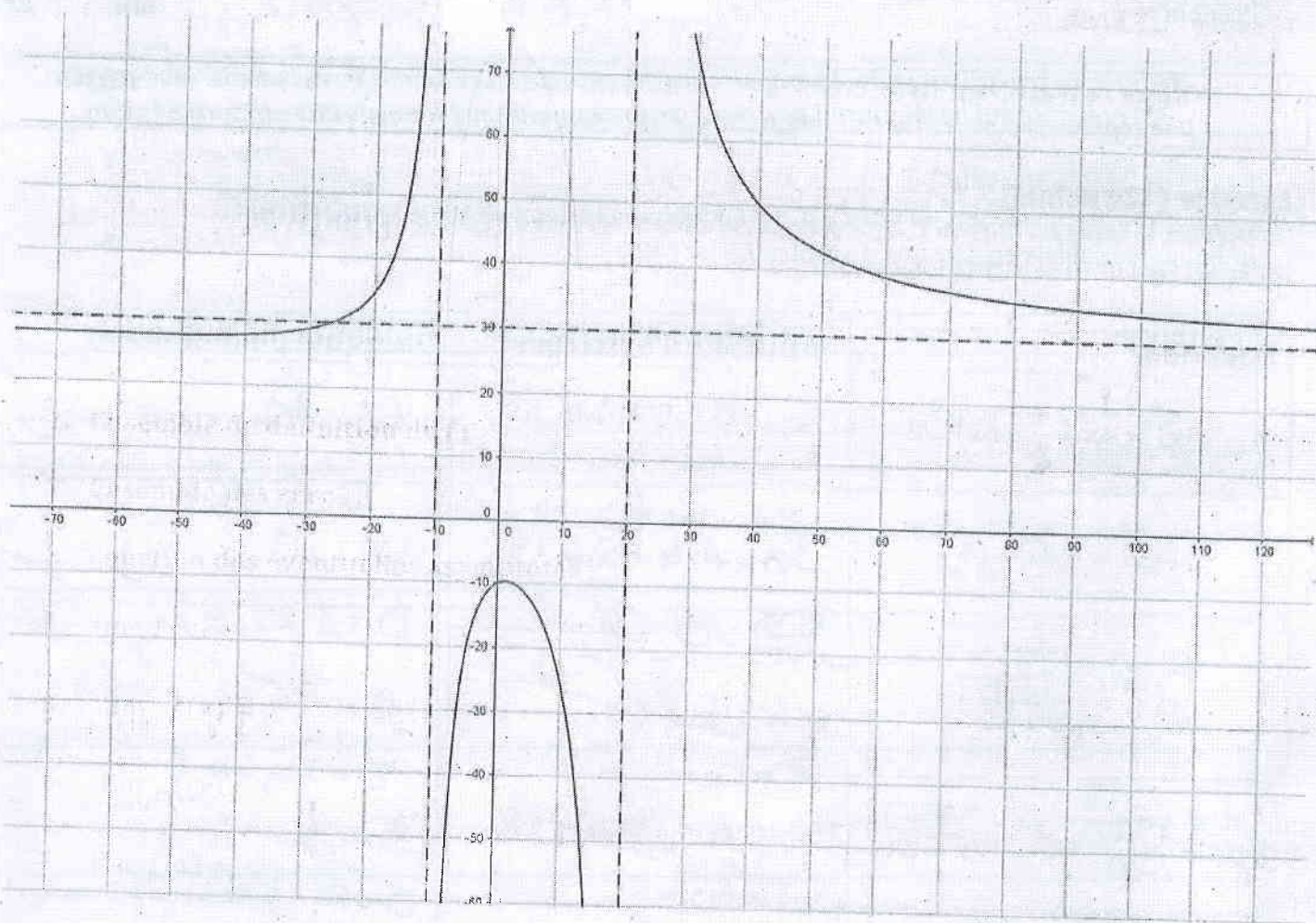
Complétez le tableau. Lorsqu'il n'y a pas de condition, écrivez « PAS DE CONDITIONS ».

Indiquez les calculs en dessous du tableau.

Fonction	Conditions d'existence	Domaine de définition
$a(x) = 4x + \frac{x}{3} - 6x^3$	—	$\mathbb{R}$
$b(x) = \frac{9x}{3x - 14}$	$3x - 14 \neq 0 \Rightarrow$ $3x + 14 \Rightarrow x \neq -\frac{14}{3}$	$\mathbb{R} \setminus \{-\frac{14}{3}\}$
$c(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+25}}$	$\frac{2-x}{x+25} > 0$ $\frac{-25}{-} + \frac{2}{+} =$	$D =]-25; 2[$
$d(x) = \frac{x^{24}\sqrt{8}}{-3} - \sqrt{x} - \sqrt[15]{x+30}$	$x \geq 0$	$D = [0, +\infty[$
$e(x) = 1 - \operatorname{tg}^2 x$	$\cos^2 x \neq 0 \Rightarrow$ $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$	$D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$
$f(x) = \frac{-3}{\sin x - 3}$	$\sin x - 3 \neq 0$	$D = \mathbb{R}$

Exercice 2 (18 points)

Voici le graphe d'une fonction f . Par lecture de ce graphe, donnez précisément (tous les signes sont à indiquer) les informations indiquées ci-dessous :



1. Ensemble de définition de f : $D = \mathbb{R} \setminus \{-10, 20\}$
2. Ensemble des zéros : $\emptyset$
3. Equation des éventuelles asymptotes : AV: $x = -10, x = 20$, AH $y = 30$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +30$
5. $\lim_{x \rightarrow -10^-} f(x) = +\infty$
6. $\lim_{x \rightarrow -10^+} f(x) = -\infty$
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 30$
8. Tableau des signes

	$-\infty$	-10	20	$+\infty$	
δ	+		-		+

Exercice 3 (20 points)

Soit la fonction d'équation: $f(x) = \frac{5(7-x)}{x^2-7x+6}$

Déterminez-en :

1. Le domaine de définition ;
2. L'ensemble des zéros ;
3. Les coordonnées des points d'intersection avec les axes ;
4. Le tableau des signes ;
5. L'équation des éventuelles asymptotes.

1. $x^2 - 7x + 6 = 0$ $\Delta = 49 - 24 = 25$ $x_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{2} < 6$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1; 6\}$

2. zéros: $f(x) = 0 \Rightarrow 7-x=0 \Rightarrow x=7$ $(7; 0)$

3. NO_y : $x=0$ $y = \frac{35}{6}$ $(0; \frac{35}{6})$

4.

	$-\infty$	1	6	7	$+\infty$
$5(7-x)$	+	+	+	0	-
x^2-7x+6	+	0	-	0	+
f	+	+	-	+	-

5. AV $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{30}{0}$ $\begin{cases} x > 1 & -\infty \\ x < 1 & +\infty \end{cases}$ AV $x=1$

$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = \frac{5}{0}$ $\begin{cases} x > 6 & +\infty \\ x < 6 & -\infty \end{cases}$ AV $x=6$

A.H $y=0$ car $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$

Exercice 4 (8 points)

Calculez les limites suivantes. Donnez la réponse le plus précisément possible !

$$1. \lim_{x \rightarrow 11^+} \frac{11}{x-11} = \frac{11}{0^+} = +\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{3x+300} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3} x^2 = +\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{300x-25x^{13}}{54x+8x^2+25^{13}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-25x^{13}}{8x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{25}{8}\right) x^{11} = +\infty$$

Exercice 5 (8 points)

Soit la fonction d'équation: $f(x) = \frac{2x^3-6x^2}{x^2-5x-6}$.

Déterminez l'équation de ses éventuelles asymptotes horizontales et des obliques.

$$x^2-5x-6=0 \quad \Delta = 25+24=49 \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{2} \quad \begin{matrix} 6=x_1 \\ -1=x_2 \end{matrix}$$

AV $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{-8}{0} = \infty \quad \underline{x = -1}$

$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = \frac{216}{0} = \infty \quad \underline{x = 6}$

AO $2x^3-6x^2 \mid x^2-5x-6$

$$\frac{-2x^3+10x^2}{4x^2} \mid 2x+4$$

$$\frac{-4x^2+20x+24}{20x+24}$$

AO $y = 2x+4$

EXERCICE BONUS (5 points)

Calculez la limite suivante. Donnez la réponse le plus précisément possible !

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{-5-4x+x^2}{3x-15} = \frac{0}{0} \text{ soit } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+1)}{3(x-5)} = \frac{6}{3} = 2$$

$$x^2-4x-5=0 \Rightarrow \begin{matrix} x_1=5 \\ x_2=-1 \end{matrix}$$