

Rédigez ce travail **au stylo**. La calculatrice **n'est pas autorisée**. Les **détails** de vos calculs sont **exigés**.
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (6 points)

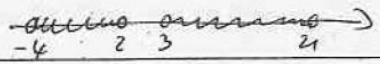
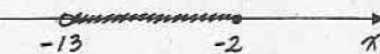
Cochez la bonne case. Lorsque l'énoncé est faux, donnez-en la version correcte.

Enoncé	vrai	faux	Eventuelle correction
$257 \in \mathbb{Z}$	X		
$\{0; 1\} \subset \mathbb{N}$	X		
$0 \notin \mathbb{Z}^*$	X		
$\frac{143}{13} \in \mathbb{Z}$	X		
$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}^* = \mathbb{Z}$		X	$0 \notin \mathbb{Z}^* \Rightarrow 0 \notin \mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}^*$ donc $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}^* \neq \mathbb{Z}$
$-5 \geq -5$	X		

1 x

Exercice 2 (6 points)

Complétez le tableau suivant :

Description	Notation intervalle	Représentation graphique
$x < 6$	$] -\infty ; 6[$	
$-4 \leq x < 2 \vee 3 \leq x \leq 21$	$[-4; 2[\cup]3; 21]$	
$-13 \leq x \leq -2$	$[-13; -2]$	

2 x

Exercice 3 (12 points)

Transformez le tout en code fractionnaire, réduisez et exprimez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{77}{4} - 5 \right) - \frac{111}{14} \left(-\frac{2}{7} \right) &= \\ \frac{4}{7} \left(\frac{77-20}{4} \right) + \frac{111}{14} &= \frac{4}{7} \cdot \frac{57}{4} + \frac{111}{14} = \frac{114+111}{14} = \frac{225}{14} \\ (1) \quad (1) \quad (1) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1}{3} + \frac{3}{23} \cdot 2.5 - 1.41 : 1.56 &= \\ \frac{1}{3} + \frac{3}{23} \cdot \frac{25-2}{9} - \frac{141}{100} : \frac{156-15}{90} &\stackrel{(3)}{=} \frac{1}{3} + \frac{3}{23} \cdot \frac{23}{9} - \frac{141}{100} \cdot \frac{90}{141} \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{9}{10} &\stackrel{(2)}{=} \frac{2}{3} - \frac{9}{10} \stackrel{(1)}{=} \frac{20-27}{30} = -\frac{7}{30} \end{aligned}$$

Exercice 4 (12 points)

Calculez la valeur des expressions suivantes à l'aide des propriétés des exposants (lorsque cela est possible). Écrivez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible.

Respectez la priorité des opérations !

$$\begin{aligned} \text{a) } (2^2 - 3^2)(2^2 + 3^2) - 2^4 + 3^4 - (6)^0 &= \\ (4-9)(4+9) - 16 + 81 - 1 &= 16 - 81 + 16 + 81 - 1 = -1 \\ (2) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(-\frac{5}{6} \right)^2 + \left(\frac{10}{3} \right)^4 \left(\frac{10}{3} \right)^2 : \left(\frac{10}{3} \right)^5 - \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{6} + \frac{100}{36} \right) &= \\ = \frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \left(\frac{100}{3} \right)^1 - \left(\frac{2+15+60}{18} \right) &\stackrel{(2)}{=} \frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \frac{10}{3} - \frac{77}{18} \stackrel{(1)}{=} \\ = \frac{4+25+120-77}{36} &\stackrel{(1)}{=} \frac{-5}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 27^4 : 3^4 \cdot 9^6 \cdot 25^5 : 10 &= \\ (27:3)^4 \cdot 9^6 \cdot 25^5 : 10 &\stackrel{(1)}{=} 9^4 \cdot 9^6 \cdot 25^5 : 10 = \\ \stackrel{(1)}{=} 9^{10} \cdot (5^2)^5 : 10 &\stackrel{(1)}{=} 9^{10} \cdot 5^{10} : 10 \stackrel{(1)}{=} (45)^{10} : 10 \\ = \frac{45^9 \cdot 45}{10} &\stackrel{(1)}{=} \frac{9 \cdot 45^9}{2} \end{aligned}$$

Exercice 5 (20 points)

Déterminez, s'il y en a, les solutions des équations suivantes :

a) $(6x-1)^2 - 9(2x-5)(2x+5) = -2(x-3)$

$$36x^2 - 12x + 1 - 9(4x^2 - 25) = -2x + 6$$

$$36x^2 - 12x + 1 - 36x^2 + 225 = -2x + 6 \quad (5)$$

$$-12x + 1x = 6 - 226$$

$$-10x = -220 \Rightarrow x = 22$$

b) $4x - 9 + (x-1)(x+1) = x(x-3) + 7x - 10$

$$4x - 9 + x^2 - 1 = x^2 - 3x + 7x - 10 \quad (5)$$

$$4x - 10 = 4x - 10$$

$$0 = 0$$

eq. indéf. $\Rightarrow S = \mathbb{R}$

c) $\frac{x+2}{5} - \frac{x^2-4x+4}{2x-2} + \frac{7+3x^2}{10x-10} + 1 = \frac{3-2x}{2x-2}$

VE: $x=1$

VE = $\{1\}$

$$\frac{x+2}{5} - \frac{x^2-4x+4}{2(x-1)} + \frac{7+3x^2}{10(x-1)} + 1 = \frac{3-2x}{2(x-1)}$$

$$\frac{2(x-1)(x+2) - 5(x^2-4x+4) + 7+3x^2+10x-10}{10(x-1)} = \frac{5(3-2x)}{10(x-1)}$$

$$2(x^2+2x-x-2) - 5x^2+20x-20 + 7+3x^2+10x-10 = 15-10x$$

$$2x^2+2x-4-5x^2+20x-20+7+3x^2+10x-10 = 15-10x$$

$$3x^2 - 27 = 15 - 10x$$

$$42x = 42$$

$$x = 1 \in VE \Rightarrow \text{eq. imp.}$$

(10)

Exercice 6 (6 points)

Déterminez, s'il y en a, les solutions du système :

$$\begin{cases} 4x - 15y = 26 \\ 3x + y + 6 = 5 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 4x - 15y = 26 \\ 3x + y = -1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 4x - 15y = 26 \\ 45x + 15y = -15 \end{cases}$$

$$49x = 11 \quad \Rightarrow x = \frac{11}{49}$$

$$\begin{cases} x = 11/49 & (1) \\ y = -3x - 1 = -3 \cdot \frac{11}{49} - 1 = \frac{-33 - 49}{49} = -\frac{82}{49} & (2) \end{cases}$$

BONUS (5 points)

Réduisez au maximum à l'aide des propriétés des puissances, si possible :

$$\begin{aligned} & (7^{20} \cdot (7 \cdot 7^3)^4 \cdot 7^{26})^2 \cdot (7^3 \cdot 7^2) \cdot ((7^7 \cdot (7^8 \cdot 7^5)^2)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot ((7^8 \cdot 7^2 \cdot 7)^5 \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ & (7^{20} \cdot (7^4)^4 \cdot 7^{26})^2 \cdot (7^5) \cdot ((7^7 \cdot (7^3)^2)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot ((7^{11})^5 \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ & (7^{20} \cdot 7^{16} \cdot 7^{26})^2 \cdot 7^5 \cdot ((7^7 \cdot 7^6)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot (7^{55} \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ & = (7^{10})^2 \cdot 7^5 \cdot (7^{10} \cdot 7^3)^3 \cdot 7^{54 \cdot 2} - 7^{108} = \\ & = 7^{20} \cdot 7^5 \cdot 7^{15} \cdot 7^{108} - 7^{108} = 7^{15} \cdot 7^{15} \cdot 7^{108} - 7^{108} = \\ & = 1 \cdot 7^{108} - 7^{108} = 7^{108} - 7^{108} = 0 \end{aligned}$$