

Rédigez ce travail au stylo. La calculatrice n'est pas autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés.
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (6 points)

Cochez la bonne case. Lorsque l'énoncé est faux, donnez-en la version correcte.

Énoncé	vrai	faux	Éventuelle correction
$45 \in \mathbb{Z}$	☒	☐	
$\{0; 2, -1\} \subset \mathbb{N}$	☐	☒	$\{0; 2, -1\} \subset \mathbb{Z}$
$0 \notin \mathbb{Z}^*$	☐	☒	
$\frac{14}{7} \in \mathbb{Z}$	☒	☐	
$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^* = \mathbb{N}^*$	☒	☐	
$-3 \geq -2$	☐	☒	$-3 \leq -2$

Exercice 2 (6 points)

Complétez le tableau suivant :

Description	Notation intervalle	Représentation graphique
$x > 5$	$]5, +\infty[$	
$\neg x < -2$ ou $0 < x \leq 3$	$] -7; -2[\cup]0; 3]$	
$x \leq 100$ ou $]106, +\infty[$	$] -\infty, 100] \cup]106; +\infty[$	

Exercice 3 (10 points)

Soit les ensembles :

$$A = [-3; 6]$$

$$B =]-3; 6]$$

$$C = [1; 9]$$

$$D = [6; 100[$$

$$E =]-5; -3[\cup]90; 100[$$

Déterminez l'ensemble indiqué ci-dessous et, si possible, donnez la réponse sous forme d'intervalle. Autrement avec la notation qui convient.

$$1. Z = A \cup D = [-3; 100[$$

$$2. W = C \cap D = [6; 9]$$

$$3. T = D \cup E =]-5; -3[\cup [6; 100[$$

$$4. K = A \cap E =]-5; 6] \cup]90; 100[$$

$$5. P = E \cap \mathbb{N} = \{-4, 91, 92, \dots, 99\}$$

Exercice 4 (12 points)

Transformez le tout en code fractionnaire, réduisez et exprimez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{6}{31} \cdot \left(\frac{77}{3} - 5\right) + \frac{156}{4} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) &= \frac{6}{31} \cdot \frac{77}{3} - \frac{6 \cdot 5}{31} - \frac{156 \cdot 2}{4 \cdot 7} = \\ &= \frac{144}{31} - \frac{30}{31} - \frac{78}{7} = \frac{1008}{217} - \frac{210}{217} - \frac{2418}{217} = \\ &= -\frac{1620}{217} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1}{3} + \frac{18}{23} \cdot 2.5 - 1.41 : 1.56 &= \frac{1}{3} + \frac{18}{23} \cdot \frac{25-2}{9} - \frac{141}{100} : \frac{156-15}{90} = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{18 \cdot 23}{23 \cdot 9} - \frac{141}{100} : \frac{141}{90} = \\ &= \frac{1}{3} + 2 - \frac{141}{100} \cdot \frac{90}{141} = \frac{1}{3} + 2 - \frac{9}{10} = \frac{10}{30} + \frac{60}{30} - \frac{27}{30} = \\ &= \frac{43}{30} \end{aligned}$$

Exercice 5 (18 points)

Calculez, à l'aide des identités remarquables (si possible) et réduisez au maximum.

$$1. (x^6 - 5)(x^6 + 5) = (x^6)^2 - 25 = x^{12} - 25$$

$$2. (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$3. (3 + 2x)^2 - 3(4x + 1) - 16 = 9 + 12x + 4x^2 - 12x - 3 - 16 = 4x^2 - 10$$

$$4. 5y^4 + 4y(x - 5y^3) + (x - y^2)(x + y^2) = 5y^4 + 4xy + 4y^4 + x^2 - y^4 = 8y^4 + x^2 + 4xy$$

$$5. \frac{1}{4}a - 2a + \frac{1}{4} - (a - 1)(a + 3) - a^2 = \frac{1}{4}a - 2a + \frac{1}{4} - a^2 + a - 3a + 3 - a^2 = -2a^2 - \frac{15}{4}a + \frac{13}{4}$$

Exercice 6 (6 points)

Réduisez au maximum :

$$1. 15xy^{18} : (5xy^2) = \frac{15xy^{18}}{5xy^2} = 3y^{16}$$

$$2. \frac{9}{8}x^6w^{12} : \left(\frac{3}{16}x^4w^4\right) = \frac{\frac{9}{8}x^6w^{12}}{\frac{3}{16}x^4w^4} = \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{3} x^2w^8 = 6x^2w^8$$

$$3. 5^n + 5^n + 5^n + 5^n + 5^n = 5 \cdot 5^n = 5^{n+1}$$

Exercice 6 (6 points)

Réduisez au maximum :

Exercice 7 (14 points)

Calculez la valeur des expressions suivantes à l'aide des propriétés des exposants (lorsque cela est possible). Écrivez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible.

Respectez la priorité des opérations !

$$1. 2^2 + 2^3 - (5 \cdot 3 - 4^2)^0 = 4 + 8 - 1 = 11$$

$$2. (27^6 : 9^6 \cdot 2^6) : (120^5 : 20^5) = \left(\frac{3^{18}}{3^{12}} \cdot 2^6 \right) : \left(\frac{120}{20} \right)^5 =$$

$$= (3^6 \cdot 2^6) : 6^5 = 6^6 : 6^5 = 6$$

$$3. \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(-\frac{5}{6} \right)^2 + \left(\frac{10}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{10}{3} \right)^2 : \left(\frac{10}{3} \right)^5 - \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{6} + \frac{10}{30} \right) =$$

$$\frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \frac{10^4 \cdot 10^2}{3^4 \cdot 3^2} : \frac{10^5}{3^5} - \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \frac{10^6}{3^6} \cdot \frac{3^5}{10^5} - \left(\frac{2}{18} + \frac{15}{18} + \frac{6}{18} \right) =$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \frac{10}{3} - \frac{23}{18} = \frac{4}{36} + \frac{25}{36} + \frac{120}{36} - \frac{46}{36} =$$

$$= \frac{103}{36}$$

BONUS (5 points)

Calculez à l'aide des identités remarquables :

$$(w^6 - 2z^3)^5 = (w^6 - 2z^3)^3 (w^6 - 2z^3)^2 =$$

$$= (w^{18} - 3w^{12}2z^3 + 3w^64z^6 - 8z^9)(w^{12} - 4w^6z^3 + 4z^6) =$$

$$= (w^{18} - 6w^{12}z^3 + 12w^6z^6 - 8z^9)(w^{12} - 4w^6z^3 + 4z^6) =$$

$$= w^{30} - 6w^{24}z^3 + 12w^{18}z^6 - 8z^9w^{12}$$

$$- 4w^{24}z^3 + 24w^{18}z^6 - 48w^{12}z^9 + 32w^6z^{12}$$

$$+ 4w^{18}z^6 - 24w^{12}z^9 + 48w^6z^{12} - 32z^{15}$$