

# LSP: TE 3 Calcul Algébrique

Lycée Jean-Piaget ESND  
Mathématiques

Nom : .....  
Prénom : .....

1M11  
TE n. 1

tot. / 56

Rédigez ce travail **au stylo**. La calculatrice n'est pas autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés.  
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

## Exercice 1 (6 points)

Cochez la bonne case. Lorsque l'énoncé est faux, donnez-en la version correcte.

Énoncé	vrai	faux	Éventuelle correction
$-10 \in \mathbb{Z}$	✓		
$\{100; 10\} \subset \mathbb{N}$	✓		
$0 \notin \mathbb{Z}^*$	✓		
$\frac{110}{10} \in \mathbb{N}$	✓		
$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^* = \mathbb{N}$		✓	$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^* = \mathbb{N}^*$
$25 \geq 25$	✓		

## Exercice 2 (6 points)

Complétez le tableau suivant :

Description	Notation intervalle	Représentation graphique
$x < 1$	$]-\infty, 1[$	
$x < 0 \text{ ou } 2 < x \leq 5$	$]-\infty, 0[ \cup ]2, 5]$	

### Exercice 3 (10 points)

Soit les ensembles :

$$A = [-10; 2]$$

$$B = ]-13; -1]$$

$$C = [1; 12]$$

$$D = ]6; 100]$$

$$E = ]-1; 1[ \cup ]90; 100[$$

Déterminez l'ensemble indiqué ci-dessous et, si possible, donnez la réponse sous forme d'intervalle. Autrement avec la notation qui convient.

$$1. Z = A \cup D = ]-10, 2[ \cup ]6, +\infty[$$



$$2. W = C \cap D = ]6; 12]$$

$$3. T = D \cup E = ]-1, 1[ \cup ]6, 100[$$

$$4. K = A \cap E = ]-1, 1[$$

$$5. P = A \cap \mathbb{N} = \{0, 1, 2\}$$

### Exercice 4 (9 points)

Réduisez au maximum à l'aide des propriétés des exposants (si possible).

$$1. y^{18} : y^4 = \frac{y^{18}}{y^4} = y^{14}$$

$$2. \frac{(a^7)^{-1} a^{14}}{(a^2 a^{-3})^{-1}} = \frac{a^{-7} a^{14}}{a^{-2} a^3} = \frac{a^7}{a} = a^6$$

$$3. (z^{-22})^{-2} : z^2 = \frac{z^{44}}{z^2} = z^{42}$$

$$4. (4 + 2 - 3^2)^0 = 1$$

$$5. (9 - 3^2)^0 = 0^0 \quad \text{indéterminé}$$

$$6. 4^n + 4^n + 4^n + 4^n = 4 \cdot 4^n = 4^{n+1}$$

**Exercice 5 (4 points)**

Réduisez et exprimez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \left( \frac{77}{4} - 5 \right) - \frac{111}{4} \left( -\frac{2}{7} \right) &= \frac{4 \cdot 77}{7 \cdot 4} - \frac{4 \cdot 5}{7} + \frac{111 \cdot 2}{24 \cdot 7} = 55 - \frac{20}{7} + \frac{111}{14} = \\ &= \frac{154}{14} - \frac{40}{14} + \frac{111}{14} = \frac{225}{14} \end{aligned}$$

**Exercice 6 (7 points)**

Transformez en code fractionnaire :

a)  $4,1 = \frac{41}{10}$

b)  $0,003 = \frac{3}{1000}$

c)  $6,7 = \frac{67-6}{9} = \frac{61}{9}$

d)  $0,671 = \frac{671-6}{990} = \frac{665}{990} = \frac{133}{198}$

e)  $3,425 = \frac{3425-342}{900} = \frac{3083}{900}$

**Exercice 7 (6 points)**

Transformez le tout en code fractionnaire, réduisez et exprimez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{3}{23} \cdot 2,5 - 1,41 \cdot 1,56 &= \frac{1}{3} + \frac{3}{23} \cdot \frac{25-2}{9} - \frac{141}{100} \cdot \frac{156-15}{90} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{3 \cdot 23}{23 \cdot 9} - \frac{141}{100} \cdot \frac{91}{141} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{9}{10} = \\ &= \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{27}{30} = -\frac{2}{30} = -\frac{1}{15} \end{aligned}$$

### Exercice 8 (8 points)

Calculez la valeur des expressions suivantes à l'aide des propriétés des exposants (lorsque cela est possible). Écrivez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible.  
Respectez la priorité des opérations !

$$\begin{aligned} \text{a) } 27^4 \cdot 3^4 \cdot 9^6 \cdot 3^{10} - 3^{10} &= \frac{27^4 \cdot 9^6}{3^4 \cdot 3^{10}} - 3^{10} = \frac{3^{12} \cdot 3^{12}}{3^4 \cdot 3^{10}} - 3^{10} = \\ &= \frac{3^{24}}{3^4} - 3^{10} = 3^{10} - 3^{10} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{b) } (2^2 + 6)(2^2 + 3^2) \cdot 13 - 2^4 + 3^4 - (6)^0 =$$

$$\frac{10 \cdot 13}{13} - 16 + 81 - 1 = 10 - 16 + 81 - 1 = 74$$

### BONUS (5 points)

Réduisez au maximum à l'aide des propriétés des puissances, si possible :

$$\begin{aligned} &(7^{20} \cdot (7 \cdot 7^3)^4 \cdot 7^{26})^2 \cdot (7^3 \cdot 7^2) \cdot ((7^7 \cdot (7^8 \cdot 7^5)^2)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot ((7^8 \cdot 7^2 \cdot 7)^5 \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ &= 7^{40} \cdot (7^4)^8 \cdot 7^5 \cdot ((7^7 \cdot (7^3)^2)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot ((7^{11})^5 \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ &= 7^{-12} \cdot 7^{32} \cdot 7^5 \cdot ((7)^{10} \cdot 7^5)^3 \cdot (7^{55} \cdot 7)^2 - 7^{108} = \\ &= 7^{20} \cdot 7^5 \cdot (7^5)^3 \cdot (7^{54})^2 - 7^{108} = \\ &= 7^{18} \cdot 7^{15} \cdot 7^{108} - 7^{108} = 7^{108} - 7^{108} = 0 \end{aligned}$$