

LJP: TE 2 Calcul Algébrique

Lycée Jean-Plaget

ESCN

Nom : .

Prénom :

1M5

Mathématiques

TE n. 1

tot. /42

La calculatrice n'est pas autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés.

Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1

(7 POINTS) Transformez le code à virgule en fraction, ensuite réduisez au maximum et donnez le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

$$\begin{aligned} \text{a) } 5,4 + 12,1 - \frac{2}{3} &= \frac{54-5}{9} + \frac{121}{10} - \frac{2}{3} = \frac{49}{9} - \frac{121}{10} - \frac{2}{3} = \frac{490}{90} - \frac{1089}{90} - \frac{60}{90} = \\ &= \frac{-659}{90} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\frac{31}{4} + \frac{11}{2}}{\frac{6}{5} - \frac{5}{6}} : \frac{53}{2} - 1 &= \frac{\frac{31}{4} + \frac{22}{4}}{\frac{36}{30} - \frac{25}{30}} \cdot \frac{2}{53} - 1 = \frac{\frac{53}{4}}{\frac{11}{30}} \cdot \frac{2}{53} - 1 = \frac{53}{4} \cdot \frac{30}{11} \cdot \frac{2}{53} - 1 = \frac{15}{11} - 1 = \\ &= \frac{15}{11} - \frac{11}{11} = \frac{4}{11} \end{aligned}$$

Exercice 2

(6 POINTS) Réduisez au maximum à l'aide des propriétés des puissances lorsque c'est possible :

$$1. 2^7 : 2^{-4} = \frac{2^7}{2^{-4}} = 2^7 \cdot 2^4 = 2^{11}$$

$$2. \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{70}{18}\right) = \frac{3^2}{7^2} \cdot \frac{12^2}{5^2} \cdot \frac{70}{18} = \frac{12^2 \cdot 70}{7^2 \cdot 5^2} = \frac{144 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{288}{35}$$

$$3. 3^4 - 3^3 \cdot 2^3 : 6^2 = 3^4 - \frac{3^3 \cdot 2^3}{6^2} = 3^4 - \frac{3^3 \cdot 2^3}{2^2 \cdot 3^2} = 3^4 - 6 = 81 - 6 = 75$$

Exercice 3

(6 POINTS) Réduisez au maximum à l'aide des identités remarquables lorsque c'est possible :

$$\begin{aligned} 1. 2a^5 \cdot (-ab^3) - a^6b - b \left(-\frac{1}{2}a^2\right) (-a^4b^2) + \frac{1}{4}a^6b^3 &= -2a^6b^3 - a^6b + \frac{1}{2}a^2b(-a^4b^2) + \frac{1}{4}a^6b^3 \\ &= -2a^6b^3 - a^6b - \frac{1}{2}a^6b^3 + \frac{1}{4}a^6b^3 = -\frac{8}{4}a^6b^3 - \frac{2}{4}a^6b^3 + \frac{1}{4}a^6b^3 - a^6b \\ &= -\frac{9}{4}a^6b^3 - a^6b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. 3(2+5x)^2 - (12-5y)(5y+12) - 24x^2 + 44 &= \\ &= 3(4+20x+25x^2) - (12^2-25y^2) - 24x^2 + 44 = \\ &= 12+60x+75x^2-144+25y^2-24x^2+44 = \\ &= 51x^2+25y^2+60x-88 \end{aligned}$$

Exercice 4

(10 POINTS) Résolvez les équations et les systèmes d'équations suivants :

1. $4(5x+3) - 2(4x-11) = 10x - 2 + 2x + 3(x+12) - 3x$

$$\Leftrightarrow 20x + 12 - 8x + 22 = 10x - 2 + 2x + 3x + 36 - 3x$$

$$\Leftrightarrow 12x + 34 = 12x + 34 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

2. $5(4+10x) = 30x + 20x - 3(7+x) + 3x + 1$

$$\Leftrightarrow 20 + 50x = 30x + 20x - 21 - 3x + 3x + 1$$

$$\Leftrightarrow 20 + 50x = 50x - 20 \Rightarrow 40 = 0 \text{ impossible}$$

3. $\begin{cases} 6x - 13y = 16 \\ 15y + 11x = -10 + x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 13y = 16 \\ 10x + 15y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 13y = 16 \\ 2x + 3y = -2 \quad *(-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 13y = 16 \\ -6x - 9y = 6 \end{cases} \quad 6x + 13 = 16 \Rightarrow 6x = 3 \Rightarrow \underline{x = \frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{r} + \begin{cases} 6x - 13y = 16 \\ -6x - 9y = 6 \end{cases} \\ \hline -22y = 22 \Rightarrow \underline{y = -1} \end{array}$$

Exercice 5

(6 POINTS) Résolvez l'inéquation et le système d'inéquations suivants. Si possible, donnez le résultat sous forme d'intervalle :

1. $17x + (-8 - 5x)(3) \geq 20x \Leftrightarrow 17x - 24 - 15x \geq 20x \Rightarrow$

$$2x - 20x \geq 24 \Rightarrow -18x \geq 24 \Leftrightarrow x \leq \frac{24}{-18} \Rightarrow x \leq -\frac{4}{3}$$

$$x \in]-\infty, -\frac{4}{3}]$$

2. $\begin{cases} 6x - 21 > 7 + 8x \\ x \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x > 28 \\ x \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -14 \\ x \geq 14 \end{cases}$



Impossible