

Corrigé TE N°1 - 3Mg - Niv 1 :

Ex. 1 :

② a) $f(x) = \log_3(x)$ et $g(x) = 3^x$

⑤ b) 1) $\log(x+2) + \log(x+5) = 1$

$\frac{1}{2} \log((x+2)(x+5)) = 1$

$\frac{1}{2} (x+2)(x+5) = 10$

$x^2 + 7x = 0$

$\frac{1}{2} x(x+7) = 0$

$\hookrightarrow x = 0$ est la seule

1 solution car $x = -7$ est impossible dans l'équation de départ.

2) $\ln^2(x) - 1 = \frac{3 \ln(x)}{2}$

$2 \ln^2(x) - 2 = 3 \ln(x)$

$2 \ln^2(x) - 3 \ln(x) - 2 = 0$ $\frac{1}{2}$

$2y^2 - 3y - 2 = 0$ avec $y = \ln(x)$ $\frac{1}{2}$

$y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} \rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}$
 $y_2 = 2$ $\frac{1}{2}$

1 $\Rightarrow x_1 = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0,61$ et $x_2 = e^2 \approx 7,39$

① c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} (\cos(x) + \sin(x)) = 0$

Ex. 2 :

① a) $D_f = \mathbb{R}$, $f \cap O_x = f \cap O_y = \{(0;0)\}$ car $-3xe^x = 0 \Leftrightarrow -3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $e^x \neq 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} -3xe^x = 0^+$ $\frac{1}{2}$ Demi A. H. à gauche : $y = 0$ $\frac{1}{2}$

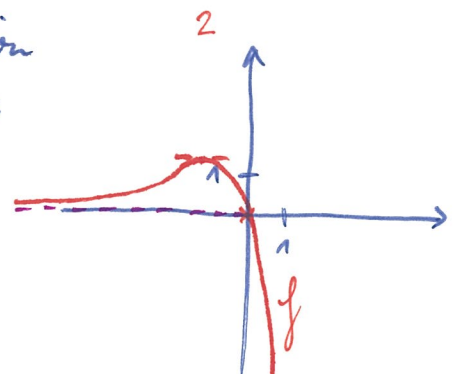
$\lim_{x \rightarrow +\infty} -3xe^x = -\infty$ $\frac{1}{2}$

$f'(x) = -3(e^x + xe^x) = -3(1+x)e^x = 0$ $\frac{1.5$ $e^x \neq 0$ $\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow$ PTH en $(-1; \frac{3}{e})$. $\frac{1.5$

Tableau de croissance :

x		-1	
f'(x)	+	0	-
f(x)	$\nearrow$	Max	$\searrow$

Représentation graphique :



⑧ b) $f \cap g: -3xe^x = x^2e^x$ ^{1/2}
 $\overset{1/2}{e^x}(x^2+3x)=0 \rightarrow \text{car } e^x \neq 0$
 $x^2+3x=0$

$x(x+3)=0$

$\hookrightarrow x_1=0$

$\hookrightarrow x_2=-3$ ¹

0,30
||
0,15

$f'(x) = -3(1+x)e^x \Rightarrow f'(0) = -3 \text{ et } f'(-3) = 6e^{-3}$ ¹

$g'(x) = 2xe^x + x^2e^x = x(2+x)e^x \Rightarrow g'(0) = 0 \text{ et } g'(-3) = 3e^{-3}$ ¹

||
0,15

Angle en $x=0$:

$\gamma_1 = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{10} \cdot 1}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \cong 71,57^\circ$ ^{1.5}

Angle en $x=-3$:

$\gamma_2 = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 6e^{-3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3e^{-3} \end{pmatrix}}{\sqrt{1+36e^{-6}} \cdot \sqrt{1+9e^{-6}}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1+18e^{-6}}{\sqrt{1+36e^{-6}} \sqrt{1+9e^{-6}}}\right) \cong 8,14^\circ$ ^{1.5}

Ex. 3:

④ a) $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 - \ln(x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{x(1-2\ln(x))}{x^4} = \frac{1-2\ln(x)}{x^3} = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = \frac{1}{2}$ ^{1.5}
 $\Leftrightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$ ^{1/2}
 $\Rightarrow$ PTH en $(\sqrt{e}; \frac{1}{2e})$ ^{1/2}
 $\uparrow \quad \uparrow$
 $\sim 1,65 \quad \sim 0,18$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2e} = \frac{1}{2e}$ ^{1/2}

④ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x)e^{-x} = -\infty$ ² et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)e^{-x} = 0^+$ ²
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $-\infty \quad 1$

$\Rightarrow$ A.V. : $x=0$

$\Rightarrow$ Demi A.H. à droite : $y=0$

⑤ c) $y' = \frac{2x}{x^2-2}$ ^{1.5} et d: $y = 2x-7$ ^{0.5}. On pose $y' = 2 \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2-2} = 2 \Leftrightarrow 2x^2-2x-4=0$ ¹
 $\downarrow \sim 0,69$ $x^2-x-2=0$
 $(x-2)(x+1)=0$
 Seul le point $(2; \ln(2))$ est solution car $x=-1$ est impossible. ²