

Exercice 4 (10 points)

Calculez les limites suivantes.

S'il y a une forme indéterminée, indiquez-la.

Donnez la réponse le plus précisément possible (p. ex. indiquez le signe)!

1. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{36}{(x-6)^2} = \left[\frac{36}{0^+} \right] = +\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 + 2000} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{F.I.}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1} = +\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{300x + 25x^{12}}{54x + 8x^{12} + 701} = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right] \stackrel{F.I.}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25x^{12}}{8x^{12}} = \frac{25}{8}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} = \left[\frac{0}{0} \right] \stackrel{F.I.}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-3} = -1$

5. $\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{x^2 - 9x + 14}{(x-7)^2} = \left[\frac{0}{0} \right] \stackrel{F.I.}{=} \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{(x-2)(x-7)}{(x-7)^2} = \left[\frac{5}{0^+} \right] = +\infty$

EXERCICE BONUS (3 points)

Calculez la limite suivante.

$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x)}{x - \pi} = \left[\frac{1^+}{0^-} \right] = +\infty$

Rédigez ce travail au stylo. La calculatrice est autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés. Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (13 points)

Complétez le tableau. Lorsqu'il n'y a pas de condition, écrivez « PAS DE CONDITIONS ».

Indiquez les calculs en dessous du tableau.

Fonction	Conditions d'existence	Domaine de définition
$a(x) = 4x - x^3$	PAS DE CONDITIONS	$\mathbb{R}$
$b(x) = \frac{5x}{2x+5}$	$2x+5 \neq 0$	$\mathbb{R} \setminus \{-\frac{5}{2}\}$
$c(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+2}}$	$\begin{cases} \frac{1-x}{x+2} \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$	$] -2; 1]$
$d(x) = \frac{\sqrt[3]{8}}{-3} - \sqrt{6x} - \sqrt[5]{x+3}$	$6x \geq 0$	$[0; +\infty[$
$e(x) = 4 + \lg^2(x)$	$x \neq \frac{e}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{e}{2} + k\pi \right\} \quad k \in \mathbb{Z}$
$f(x) = \frac{3}{\cos(x) - 3}$	$\cos(x) - 3 \neq 0$	$\mathbb{R}$

N: $x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$

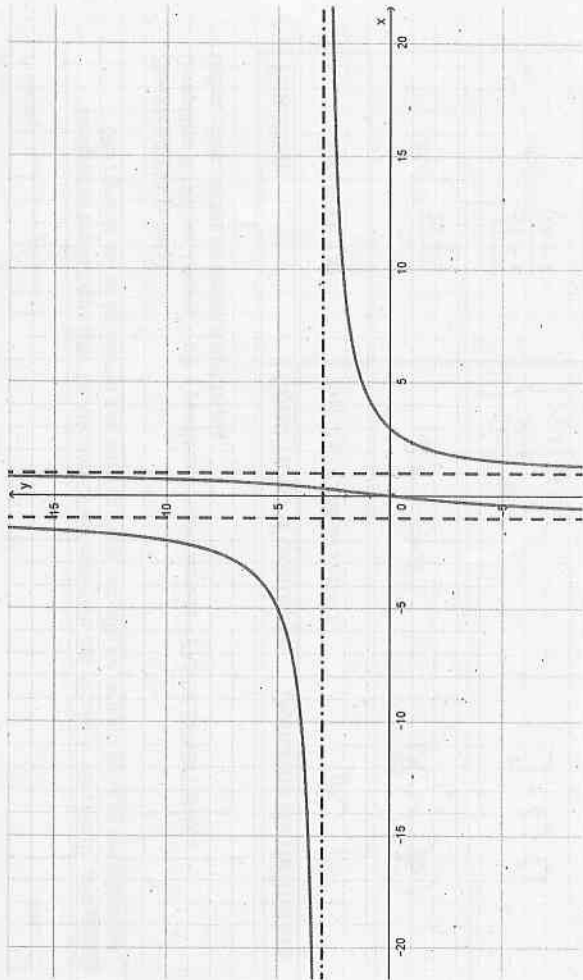
D: $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

x	-2	1
N	+	+
D	-	+
N/D	-	+

$\cos(x) \neq 3 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{car} \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1$

Exercice 2 (14 points)

Voici le graphe d'une fonction f . Par lecture de ce graphe, donnez les informations indiquées ci-dessous :



1. Ensemble de définition de f : $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$
2. Ensemble des zéros: $Zf = \{0, 3\}$
3. Equation de toutes les éventuelles asymptotes: $x = -1$; $x = 1$; $y = 3$

4. La valeur la plus précise possible des limites suivantes :

- a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3^+$
- b. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$
- c. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
- d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3^-$

5. Tableau des signes

x	-1	0	1	3
$f(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$

3

Exercice 3 (12 points)

Soit la fonction d'équation: $f(x) = \frac{6+x}{x^2+4x-12}$

Déterminez-en :

1. Le domaine de définition ;
2. L'ensemble des zéros ;
3. Les coordonnées des points d'intersection avec les axes ;
4. Le tableau des signes ;
5. L'équation des éventuelles asymptotes.

$$1. \quad x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} \Rightarrow Df = \mathbb{R} \setminus \{-6; 2\}$$

$$2. \quad f(x) = 0 \Rightarrow 6 + x = 0 \Rightarrow x = -6 \notin Df \Rightarrow Zf = \emptyset$$

$$3. \quad x = 0 \Rightarrow y = f(0) = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2} \Rightarrow Iy(0; -\frac{1}{2})$$

$$y = 0 \text{ imp.} \Rightarrow \text{pas d'Ix}$$

$$4. \quad N: 6 + x > 0 \Rightarrow x > -6$$

$$D: x^2 + 4x - 12 > 0 \Rightarrow x < -6 \text{ ou } x > 2$$

x	-6	2
N	$-$	$+$
D	$+$	$-$
$f(x) = \frac{6+x}{x^2+4x-12}$	$-$	$+$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow -6} f(x) = \left[\frac{0}{0} \right] = \text{AV} \Rightarrow x = -6 \quad \text{il y a un trou en } (-6; -\frac{1}{8})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \left[\frac{8}{0} \right] = \infty \Rightarrow x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \text{FI} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} = 0$$

$$y = 0 \text{ et As. hor.}$$