

REVISION 3MG08

Géométrie dans l'espace

Exercice 1

Relativement à un repère de l'espace, deux droites d_1 et d_2 sont données chacune par un point et un vecteur directeur.

$$d_1 : A(1 ; 4 ; 1) \text{ et } \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad d_2 : B(5 ; -1 ; 0) \text{ et } \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Donner les équations paramétriques de d_1 et d_2 .
- b) Le point $C(2 ; 4 ; -1)$ appartient-il à la droite d_1 ? (par calcul !)
- c) Construire soigneusement les droites d_1 et d_2 .
- d) Calculer la projection de d_2 dans la paroi.
- e) Calculer la trace de d_1 dans le mur.
- f) Dessiner les traces du plan π contenant les deux droites (sans connaître l'équation cartésienne de π).
- g) Déterminer l'équation cartésienne de π .
- h) Calculer l'angle aigu déterminé par d_1 et d_2 .

Exercice 2

Dans l'espace muni d'un repère, on donne deux droites par:

$$d_1 : A(1 ; 3 ; 4), \qquad \vec{d}_1 = 2\vec{u}_1 - \vec{u}_2 + 3\vec{u}_3$$

$$d_2 : \begin{cases} x = -m \\ y = 1 + 2m \\ z = k + m \end{cases}$$

- a) Analyser la position relative de d_1 et d_2 . En particulier, trouver la valeur qu'il faut attribuer à k pour que les droites soient sécantes.
- b) Pour quelles valeurs de k les droites sont gauches ?

Exercice 3

On donne la droite d et le plan π par :

$$d : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 - 2\lambda \\ z = 3 + 3\lambda \end{cases}, \qquad \pi : 4x - 3y + 6z - 24 = 0.$$

- a) Calculer les coordonnées du point d'intersection I de la droite d et du plan π (en code fractionnaire).
- b) Calculer l'angle aigu déterminé par la droite d et le plan π .

Exercice 4

On considère deux plans : π_1 donné par l'équation $3x + 3y - 2z - 12 = 0$ et π_2 donné par l'équation $7x + 6y + 6z - 42 = 0$.

- Dessiner les traces du plan π_1 .
- On appelle A , B et C les points d'intersection de π_1 et des axes de référence. Montrer que le triangle ABC est isocèle et calculer son aire.
- Dessiner la droite horizontale h contenue dans π_1 et passant par le point $D(2 ; 4 ; 3)$.
- Calculer les composantes d'un vecteur directeur de h .
- Dessiner les traces du plan π_2 .
- Dessiner la droite d'intersection d_i de deux plans, puis trouver ses équations paramétriques (**marquer en couleurs les parties visibles de deux plans, travailler en code fractionnaire**).
- Calculer l'angle aigu formé par les plans π_1 et π_2 .
- Déterminer l'équation cartésienne du plan π_3 passant par l'origine et perpendiculaire aux deux plans π_1 et π_2 .

Exercice 5

On considère le plan π_1 parallèle à l'axe des x et passant par les points $A(0 ; 2 ; 0)$ et $B(1 ; 0 ; 2)$, ainsi que le plan π_2 passant par le point $C(1 ; 2 ; -2)$ et de vecteur normal $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Déterminer les équations cartésiennes des plans π_1 et π_2 .
- Déterminer l'équation cartésienne de la sphère σ de centre $\Omega(1 ; 0 ; 0)$ et tangente au plan $\pi_3 : y + z - 2 = 0$.
- Quelle est la position de σ par rapport au sol, au mur, à la paroi (sans calculs, bien expliquer votre raisonnement) ?
- Déterminer les coordonnées du centre R et le rayon r du cercle d'intersection de la sphère σ et du plan $\pi_2 : 3y + z - 4 = 0$.

Exercice 6

On considère le plan $\pi : x + y + 2z - 12 = 0$ et la sphère $\sigma : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

- Etablir les équations paramétriques de la droite t tangente à la sphère σ en point $A(0 ; 4 ; 4)$ et contenue dans le plan π .
- Trouver le point P de la sphère σ qui est le plus proche du point $B(8 ; 4 ; 0)$.

Exercice 7

On considère le point $C(1 ; 1 ; \frac{\sqrt{7}}{3})$ et le cercle Γ donné par l'équation

$$\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{25}{9} \\ z = 0 \end{cases}$$

Sachant que le cercle Γ est le cercle d'intersection de la sphère σ avec (la paroi, le mur, le sol –indiquer le bon plan !) et que le point C appartient à σ , trouver l'équation cartésienne de σ .