EXERCICE 1

Résolvez :

$x^2 - 11 = 0$	$-7x + 3x^2 = 0$	$5x^2 + 1'000 = 0$
$7x + 6x^2 = 5x$	$(x+5)^2 = 4$	$x^2 - 2x + 1 = 0$

EXERCICE 2

<u>Sans</u> résoudre les équations, dire si elles admettent des solutions réelles :

1. $x^2 - 3x + 3 = 0$
2. $2x^2 - 5x - 13 = 0$
3. $7x^2 - 3x = 0$
4. $6x^2 + x - 61 = 0$
5. $x^2 + 4 = 0$
6. $x^2 - 3 = 0$

EXERCICE 3

Déterminez les solutions des équations suivantes (utilisez la formule quadratique SEULEMENT si l'équation est complète).

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$
2. $x^2 - 3x = 0$
3. $x^2 - 3(x+3) + 3x + 5(x^2+1) = 0$
4. $(x-3)(2x+5)9 = 0$
5. $3x^2 - 17x - 6 = 0$
6. $9y^2 - 12y = -8$
7. $6t^2 - 11t = 4t$
8. $t(t-3) = 2$

EXERCICE 4

Déterminez, si elle existe, la valeur réelle du paramètre k afin que l'équation donnée satisfait la condition indiquée :

équation	**condition**	**k**
$(10-k)x^2-(5-k)x+11=0$	L'équation est du premier degré.	
$7x^2-3x+k=0$	L'équation n'a pas de solutions réelles.	
$(1-k)x^2-(k+5)x+2=0$	L'équation a deux solutions coïncidentes.	
$(1-k)x^2-(k+5)x+2=0$	L'équation a degré zéro.	
$(2+3k)x^2-3x+10=0$	3 est l'une des solutions de cette équation.	
$(2+3k)x^2-3x+10=0$	0 est l'une des solutions de cette équation.	
$(2+3k)x^2-3x+7-3k=0$	0 est l'une des solutions de cette équation.	

EXERCICE 5

Déterminez, s'ils existent, deux nombres ayant respectivement pour somme et pour produit les valeurs :

1. 17 et 30
2. $\frac{24}{5}$ $et -1$
3. 1 et -56
4. $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{5}$
5. 1 et -1
6. 2 et -48
7. -3 et 5
8. 20 et 91.

EXERCICE 6

Soit : $7x^2-3x+k=0$. Déterminez la valeur réelle de K afin que le produit des solutions de cette équation soit -4. Vérifiez que les solutions existent et donnez-en la somme.

EXERCICE 7

Soit l'équation : $\boldsymbol{kx^2+2(k+1)x+1=0}$.
Déterminez, si elle existe, la valeur de $k \in \mathbb{R}$ afin que les racines de l'équation remplissent la condition suivante:

1. une racine vaut 3;
2. la somme des racines vaut -2 ;
3. une racine vaut zero;
4. les racines sont opposées;
5. les solutions sont coïncidentes.

EXERCICE 8

Déterminez toutes les paires de nombres impairs consécutifs dont le produit est 47 plus que la somme. (Solution : 7 et 9 ou -7 et -5)

EXERCICE 9

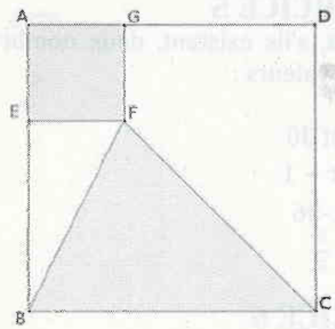
Déterminez les deux nombres pairs positifs consécutifs dont le produit est 6 plus que le triple de la somme. (Solution : 6 et 8)

EXERCICE 10

Un numéro est formé de deux chiffres dont la somme est 12 ; si on augmente son carré de 48, on obtient le tiers du carré du numéro « renversé » (les dizaines deviennent les unités et vice-versa). Quel est ce numéro ? (Solution : 48)

EXERCICE 11

ABCD est un carré de côté 10 cm, E est un point du segment AB, G est un point de AD et AEFG est un carré (voir figure ci-contre).
On note AE = x. Déterminez la valeur de x pour laquelle l'aire du carré AEFG est égale à l'aire du triangle BCF.



EXERCICE 12

Résolvez les problèmes suivants:

1. Un fermier possède un terrain carré. L'entretien de son terrain lui coûte un franc par mètre carré d'engrais, et un franc par mètre de clôture. Pour son terrain, il a dépensé 140 francs. Quelle est la mesure de la diagonale du terrain?
2. Un terrain rectangulaire a une surface de 150 m^2. Il est de 5 mètres plus long que large. Quelles sont ses dimensions?
3. Démontrer que la différence entre les carrés de deux nombres consécutifs (le plus grand - le plus petit) est égale à la somme des deux nombres.
4. Trouver un nombre non nul qui a la propriété qu'on le double si on le multiplie par 1 de moins que lui-même.
5. Elie a parcouru 1'500 km à vitesse constante. S'il avait roulé 10 km/h plus vite, il aurait mis 5 heures de moins. Combien de temps a-t-il mis?

EXERCICE 13

Soit le cube représenté ci-contre. Son arête mesure 5 cm.
Calculez l'aire totale des faces de la pyramide ayant la même base que le cube et sommet F.

EXERCICE 14

Factorisez les polynômes suivants :

1. $x^2 + 9x + 14$
2. $12x - 13 + 5x^2$
3. $\frac{1}{3}x^2 - 21 + 4x$
4. $21x + 30 + 3x^2$

EXERCICE 15

Réduisez au maximum :

1. $\frac{3x^2+5x+2}{x^2-1} =$

2. $\frac{3x^2+5x+2}{x^2+2x+1} =$

3. $\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5} =$

EXERCICE 16

Résolvez les équations suivantes :

1. $x^4 + 6x^2 - 16 = 0$
2. $x^{10} + 6x^5 - 16 = 0$
3. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
4. $-x^6 - 3x^3 + 2 = 0$
5. $0.1x^{12} + x^6 + 44 = 0$
6. $-4x^4 = 2x^8 + \frac{7}{8}$
7. $0{,}01x^4 - 0.25x^2 + 1.44 = 0$
8. $\frac{x^6}{3} - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{3} = 0$
9. $\frac{x}{x^2-9} = \frac{5}{x^3}$
10. $\frac{x}{x^2+9} = \frac{4}{x^3}$
11. $(2x^4 + 7)(x^4 - 1) = 1$
12. $(x^2 - 5)(x^2 + 5) = x^2$

Exemple 17.

Résolution de l'équation : $\sqrt[3]{3-x} = 2$.

$3 - x = 2^3 \Longrightarrow 3 - x = 8 \Rightarrow -x = 8 - 3 \Longrightarrow -x = 5 \Longrightarrow x = -5$.

L'indice de la racine étant 3, impair, ce n'est pas nécessaire de vérifier l'acceptabilité de la solution.

Exemple 18.

Résolution de l'équation : $\sqrt[4]{3-x} = 2$.

$3 - x = 2^4 \Longrightarrow -x = 16 - 3 \Longrightarrow -x = 13 \Longrightarrow x = -13$.

L'indice de la racine étant 4, pair, c'est nécessaire de vérifier l'acceptabilité de la solution.
On remplace x par -13, on obtient ainsi : $\sqrt[4]{3-(-13)} = 2 \Longrightarrow \sqrt[4]{16} = 2$, écriture qui a du sens dans l'ensemble des réels. Donc $x = -13$ est la solution.

Exemple 19.

Résolution de l'équation : $x = 4 + \sqrt{x-2}$.

I. $x - 4 = \sqrt{x-2}$
II. $(x-4)^2 = x - 2 \Longrightarrow x^2 - 8x + 16 = x - 2 \Longrightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$
III. solutions : $x = 3$ ou $x = 6$.
IV. L'indice de la racine étant 2, pair, c'est nécessaire de vérifier l'acceptabilité des solutions.
Dans la donnée, on remplace x par 3 :
$3 = 4 + \sqrt{3-2} \Longrightarrow 3 = 4 + \sqrt{1} \Longrightarrow 3 = 5$: écriture fausse. Donc $x = 3$ est une solution parasite.
De même, on remplace x par 6 :
$6 = 4 + \sqrt{6-2} \Longrightarrow 6 = 4 + \sqrt{4} \Longrightarrow 6 = 6$: écriture correcte. Donc $x = 6$ est solution de l'équation donnée (l'unique solution).

EXERCICE 17

Résolvez les équations de l'exemple 16.

EXERCICE 18

Déterminez quotient et reste de :

1. $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1) : (x + 1) = ...$

2. $(x^5 - 5x^4 - 3x^3 + 21x^2 - 37x + 35) : (x - 5) = ...$

3. $(3x^3 - x^2 + 4x - 10) : (x + 2) = ...$

4. $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) : (x - 1) = ...$

EXERCICE 19

Complétez les tableaux suivants.
Rappels de l'école primaire :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Remarque
50	10	5	0	$50 = 5 \cdot 10$ *ou* $50 / 10 = 5$
50	8	6	2	$50 = 6 \cdot 8 + 2$ *ou* $50 / 8 = 6 + 2 / 8$
20	3			
25	9			

Faisons de même avec des polynômes de l'exemple 22:

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Remarque
P_1	$x - 5$			
P_1	$x + 3$			
P_3	P_2			
P_3	P_1			

EXERCICE 20

1. Considérez le polynôme $4x^3 + 22x^2 - 160x + 200$. On sait que -10 est un zéro de ce polynôme. Cherchez les autres zéros.
2. Considérez le polynôme $10x^4 - 81x^3 + 214x^2 - 216x + 64$. On sait que 2 et 4 sont des zéros de ce polynôme. Cherchez ses autres zéros.

EXERCICE 21

Soit $P(x) = 3x^5 + 3x^4 - 2x^2 - x + 3$

1) Divisez $P(x)$ par $(x - 2)$ à l'aide de la méthode de Horner.
2) Calculez P(-1).
3) P(2) = ...
4) $P(x) : (x + 1)$ = ...

EXERCICE 22

Le polynôme $P(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ admet les valeurs $x_1 = -2$ et $x_2 = 2$ comme zéros. À l'aide de cette information, factorisez le plus possible le polynôme P.

EXERCICE 23

Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 3x^2 - 141x + 143$. Recherchez tous les "zéros" de P.

EXERCICE 24

Déterminez quotient et reste de :

1. $(48\,x^{11} + 64\,x^{10} - 16\,x^9 + 6\,x^3 + 11\,x^2 + 2\,x - 1) : (3\,x^2 + 4\,x - 1) = ...$
2. $(7x^5 - x^4 + 6x^3 - 7x) : (7x^3 - x) = ...$

EXERCICE 25

Donnez un exemple de division polynomiale où l'on ne peut pas utiliser la méthode de Horner.

EXERCICE 26

Déterminez la valeur réelle du paramètre « a » pour que :

$P(x) = x^4 - ax^3 + 3x^2 - 2ax - a^2$ soit divisible par $(x - 2)$.

EXERCICE 27

Déterminez la valeur réelle de k de telle sorte que l'équation : $x^3 - 2\,x^2 - 11\,x + k = 0$ admette $x_1 = 4$ pour solution.
Trouvez ensuite, si elles existent, les deux autres solutions de l'équation.

EXERCICE 28

Soit : $P\,(x) = 4kx^3 + x^2 + 19x - 12$ et $Q\,(x) = x - 1$.

On sait que $P\,(x) : Q\,(x)$ donne un reste égal à 36.

1) Que vaut P(1) ?
2) Que vaut k ?
3) Que vaut le quotient $P\,(x) : Q\,(x)$?

EXERCICE 29

Le polynôme $P(x) = x^4 + 3x^3 - 40x^2 - 108x + 144$ est divisible par $(x^2 - 36)$.

Déterminez toutes les solutions de l'équation P(x)=0.

EXERCICE 30

Le polynôme $P(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 9$ est divisible par $(x^2 + 2x - 3)$.

Déterminez toutes les solutions de l'équation P(x)=0.

EXERCICE 31

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 1$.

Déterminez toutes les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

EXERCICE 32

Résolvez les équations suivantes :

1. $81x^9 = 0$
2. $x^3 - 1 = 0$
3. $x^3 - x^2 = 0$
4. $x^3 - 5x = 0$
5. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
6. $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$
7. $x^{10} - 6x^2 = 0$
8. $(3 - x)^{20} = 0$
9. $(x - 5)(16 - x^2)(9x^3 - x) = 0$
10. $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = 0$
11. $3x^4 - x^2 - x - 1 = 0$
12. $-x^3 + x^2 + 18 = 0$

Solutions

1. x=0
2. x=1
3. x=0 ou x=1
4. x=0 ou $x = \pm\sqrt{5}$
5. $x = \pm 1$ ou $x = \pm\sqrt{2}$
6. $x = -1$ ou $x = \sqrt[3]{8} = 2$
7. x=0 ou $x = \pm\sqrt[8]{6}$
8. x=3
9. x=5 ; x=±4 ; x=0 ; $x = \pm 1/3$
10. x=-3/2 ou $x = \pm 1$
11. x=1
12. x=3