LDDR – Niveau II – GEOMETRIE PLANE

Exercice 1

A la figure ci-après, on donne les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.

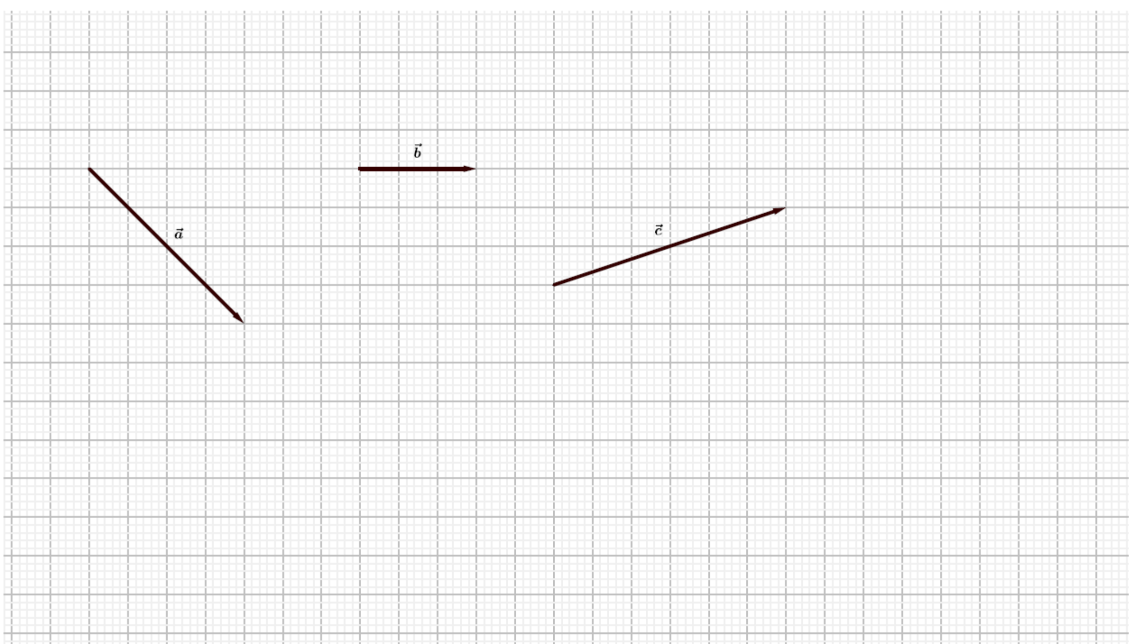
Construire un représentant des vecteurs

a) $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{b}+\vec{a}$, $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$ et $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$,

b) $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{b}-\vec{c}$,

c) $\frac{1}{2}\,\vec{a}$, $-\frac{1}{2}\,\vec{c}$, $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{c})$, $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{c}$, $\frac{1}{3}\,\vec{b}-2\vec{b}$

Observations ?



Exercice 2

Simplifier: a) $\frac{1}{2}(3\vec{a}-6\vec{b})-2\vec{a}$ b) $-3(2\vec{a}+\vec{b})+\frac{1}{2}(2\vec{a}+\vec{b})$

c) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}$ d) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$

(où A, B, C et D sont quatre points quelconques du plan).

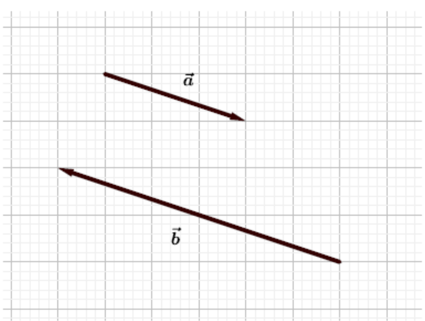
[*Indication*: utiliser les propriétés ci-dessus; pour c) et d), utiliser aussi la relation de Chasles, ainsi que la relation $-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}$.]

Exercice 3

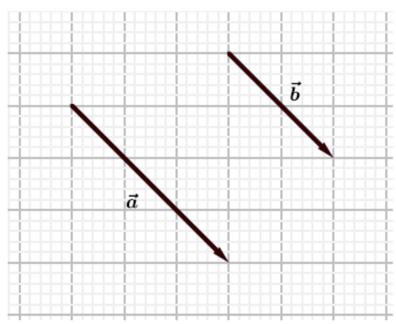
Considérons trois points quelconques O, A et B. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ à l'aide de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

Exercice 4

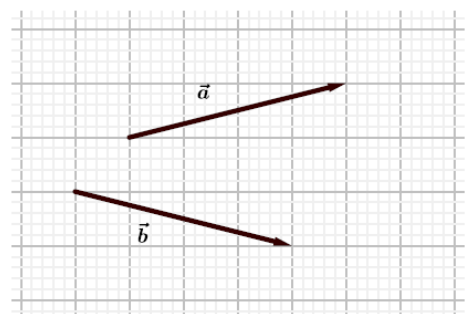
Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ci-dessous sont-ils colinéaires (proportionnels)? Si oui, estimer la valeur de k pour que $\vec{b}=k\cdot\vec{a}$.



a)



b)



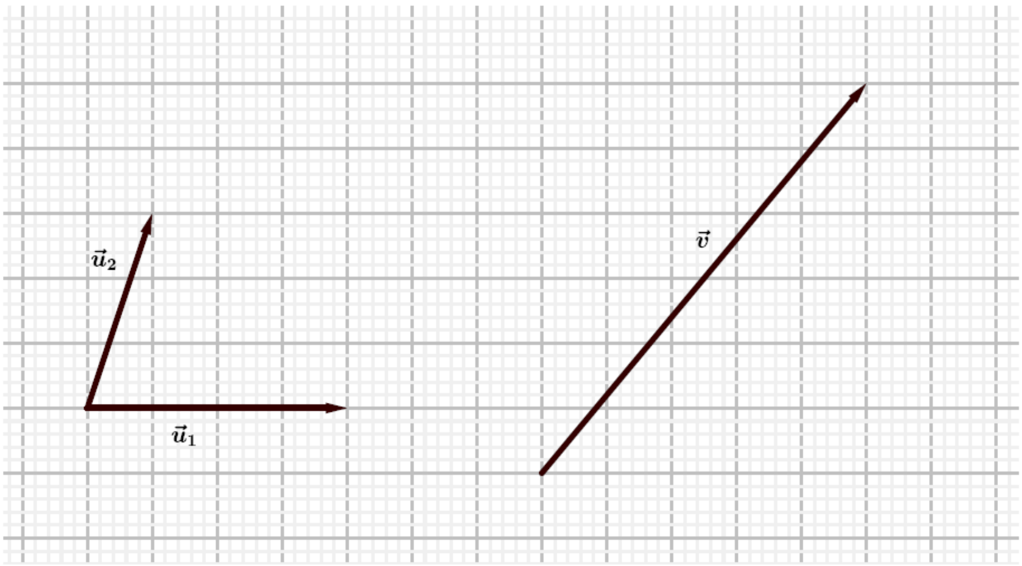
c)

Exercice 5

Démontrer le **théorème de Varignon** : Les milieux des côtés E, F, G et H d'un quadrilatère quelconque $ABCD$ sont les sommets d'un parallélogramme.
[*Indication*: on peut montrer, entre autres, que $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.]

Exercice 6

Construire $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ tels que $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$, où $\vec{v}_1 \,//\, \vec{u}_1$ et $\vec{v}_2 \,//\, \vec{u}_2$.



Exercice 7

Lorsque c'est possible, exprimer les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ comme combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$, puis des vecteurs $\vec{\varepsilon}_1$ et $\vec{\varepsilon}_2$, et enfin des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Observations ?