

LDDR – Niveau 1 :Ensembles – Calcul Algébrique

Exercice 1. Représentez les quatre ensembles de nombres principaux dans un diagramme de Venn, puis placer les nombres suivants dans la zone correcte de ce diagramme :

a) $\sqrt{36}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $2,3 \cdot 10^{12}$ d) $0,00000345$ e) $\sqrt{-4}$

f) $-12,47$ g) 3π h) $-1'000'000$ i) $5,12\overline{34}$

Exercice 2. Définissez les ensembles suivants en énumérant leurs éléments :

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 3\} \quad C = \{x^2 : x \in \mathbb{N} \text{ et } 2 < x < 6\}$$

$$D = \{3x : x \in \mathbb{Z}\} \quad E = \left\{ \frac{1}{x} : x \in \mathbb{N}^* \right\}$$

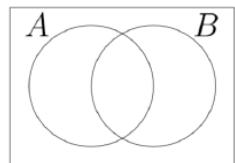
Exercice 3. Définissez les ensembles suivants en donnant les conditions d'appartenance nécessaires :

$$A = \{0; 2; 4; 6; 8; \dots\} \quad B = \{8; 12; 16; \dots; 80\} \quad C = \{\dots; -3; -2; -1; 1; 2; 3; \dots\}$$

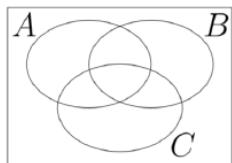
$$D = \{1; 8; 27; 64; 125; \dots\} \quad E = \left\{ 0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots \right\} \quad F = \{-1; 4; -9; 16; -25; \dots\}$$

Exercice 4. Partie 1 : Hachurez les ensembles décrits :

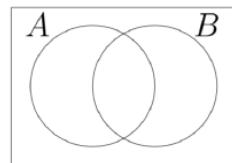
a) $\overline{A \cup B}$



b) $(A \cap B) \cup C$



c) $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$



Partie 2 : A l'aide de diagrammes, vérifiez les égalités suivantes :

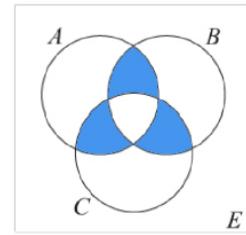
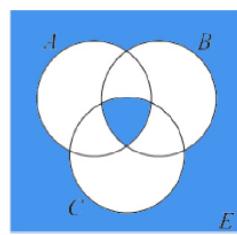
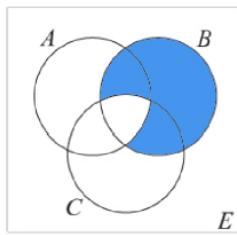
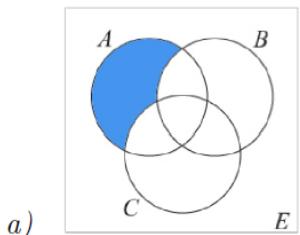
a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

c) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

d) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Exercice 5. Décrivez les parties colorées des ensembles ci-dessous à l'aide des opérations vues précédemment (il y a plusieurs solutions possibles) :



Exercice 6. Vrai ou faux ? a) $\mathbb{R} \supset \mathbb{Q}$ b) $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$ c) $[0; 1] \subset \mathbb{Q}$ d) $a \in \{a; b\}$

Exercice 7. Pour $x \in \mathbb{R}$, écrivez au moyen d'intervalles les ensembles suivants :

- | | | |
|--------------------------------|---|---|
| a) $A = \{x : -4 \leq x < 9\}$ | b) $B = \{x : x + 1 > 0\}$ | c) $C = A \cap B$ |
| d) $D = \{x : x^2 < 16\}$ | e) $\{E = x : \sqrt{x-1} \text{ existe dans } \mathbb{R}\}$ | f) $F = \{x : x \geq 8\}$ |
| g) $G = \mathbb{R}$ | h) $H = \{\pi\}$ | i) $I = \{x : x \geq -3 \text{ et } x \leq 3\}$ |

Exercice 8. Simplifiez l'écriture des ensembles suivants :

- a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ b) $[0; 1] \cup [1; \infty[$ c) $[0; 1] \cap [1; \infty[$ d) $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$

Exercice 9. Dans l'ensemble T des triangles, on considère

I , le sous-ensemble des triangles isocèles

E , le sous-ensemble des triangles équilatéraux

R , le sous-ensemble des triangles rectangles

Représentez tous ces ensembles dans un diagramme, puis décrivez les ensembles

$$I \cap E, \quad E \cap R \quad \text{et} \quad I \cap R.$$

Exercice 10. Calculez sans machine :

- | | |
|---|--|
| a) $3 \cdot 4 + 5 \cdot 12 - 6 \cdot 2$ | f) $(3 \cdot 4 + 5) \cdot 12 - 6 \cdot 2$ |
| b) $8 \cdot 6 - 4 : 4 + 1 \cdot 2$ | g) $(-6 + 3 \cdot 2) : [4 + 2 \cdot (-2)]$ |
| c) $25 - 10 : 5 + 5 - 1 \cdot 5 \cdot 12 - 6 \cdot 2$ | h) $(-5 + 5) : (3 - 2)$ |
| d) $150 - (100 + 50) : 5$ | i) $[-3 - (-2)] : (-13 - (-13))$ |
| e) $\{100 - [50 - (40 - 9)]\} \cdot 2$ | j) $\{[-1 - (-2)] : (-1)\} \cdot (-2)$ |

* **Exercice 11.** Même exercice :

- | | |
|--|---|
| a) $3 \cdot (3 + 4) - 2 \cdot (6 - 3) = \dots$ | b) $150 - (100 - 50) \div 5 = \dots$ |
| c) $20 - (3 + (10 - 7) \cdot 3) = \dots$ | d) $-3 \cdot (-5) + (-2) = \dots$ |
| e) $2 \cdot (-3) - 5 \cdot (-2) = \dots$ | f) $(-6 + 3 \cdot 2) \div (7 + 2 \cdot (-2)) = \dots$ |
| g) $-6 + 4 \div (-2) + 2 = \dots$ | h) $(-(-1 + (-2)) \div (-3)) \cdot (-2) = \dots$ |
| i) $3 - (-2) - (-1) \cdot (-4) = \dots$ | j) $(18 - (21 - (24 - 27))) \cdot 2 = \dots$ |

Exercice 12. Calculez les expressions suivantes :

- $- \{6 - [43 - (17 + 18) - 4] - (-22 + 2)\} - (6 - 4 - 2)$
- $-19 - [-13 - (-21)(-2) + 1] - [(-2)(-3) - (-9)]$
- $*c) -5 + 2 - 3 - \{-1 - 4 - [+2 - 14 - (-4 - 7 + 8) - 19] + 7\}$
- $*d) \{-12 - [-24 - (-15) - (126)] - 3\}(-2)$

Exercice 13. Effectuez et simplifiez :

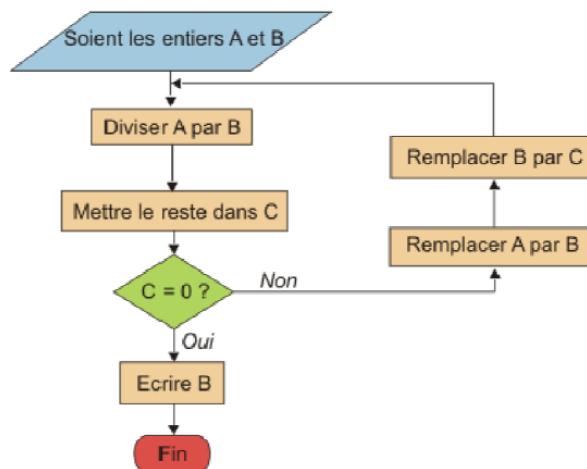
$$\begin{array}{ll} a) \frac{65}{150} \cdot \frac{50}{13} & c) \frac{4}{9} + \frac{9}{18} + \frac{5}{54} \\ b) \frac{11}{6} : \frac{77}{36} & d) 2 + \frac{9}{14} + \frac{5}{6} + \frac{4}{7} \end{array}$$

*** Exercice 14.** Utilisez les 4 opérateurs arithmétiques ($+, -, \cdot, \div$) et les parenthèses (uniquement si nécessaire) afin de vérifier les égalités suivantes :

$$a) 3 \quad 7 \quad 3 \quad 7 = 37 \quad b) 3 \quad 7 \quad 3 \quad 7 = 31$$

Exercice 15. Calculez le PPMC (plus petit multiple commun) et le PGDC (plus grand diviseur commun) de 128 et 168.

Exercice 16. a) Vérifiez le résultat du PGDC de l'exercice précédent avec l'algorithme d'Euclide³ :



b) Utilisez votre résultat pour rendre irréductible la fraction $\frac{168}{128}$

Exercice 17. Utilisez l'algorithme ci-dessous pour écrire les nombres rationnels suivants en fraction irréductible : a) $0,\overline{28}$ b) $2,\overline{5281}$ *c) $4,6\overline{79}$

si le nombre $n = 1,45454545\dots$ alors $100 \cdot n = 145,454545\dots$ comme $n = 1,45454545\dots$ on a donc $99 \cdot n = 144$ il s'ensuit que $n = \frac{144}{99}$, que l'on peut écrire $\frac{16}{11}$ sous sa forme irréductible
--

Exercice 18. Quels sont les nombres entiers n tels que $n + 8$ soit divisible par n ?

Exercice 19. Dans les égalités ci-dessous, les symboles $+$, $-$, \cdot et \div ont été remplacés par des $@$. Retrouvez les symboles d'origine :

$$a) \frac{5}{7} @ \frac{2}{7} = \frac{5}{2} \quad b) \frac{2}{3} @ \frac{1}{9} = \frac{5}{9} \quad c) 2 @ \frac{1}{5} = 10 \quad d) 2 @ \frac{1}{5} = \frac{11}{5} \quad e) 2 @ \frac{1}{5} = \frac{9}{5}$$

***Exercice 20.** Que valent : a) un huitième de $\frac{2}{5}$? b) Un demi de $\frac{9}{2}$?

Exercice 21. Effectuez et simplifiez au maximum.

$$a) -\frac{-1}{4} \cdot 4 \quad *b) \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{15} \quad *c) \frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2}$$

$$d) \left(\frac{14}{6} - \frac{2}{9}\right) \div \frac{38}{9} \quad e) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{5}} \quad f) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

***Exercice 22.** Même exercice :

$a) \frac{4}{5} : \frac{5}{6} + 1 + \frac{2}{3} : \frac{1}{5}$ $b) \left(\frac{1}{21} - \frac{5}{7}\right) : \frac{3}{14}$ $c) \frac{1}{2} - \left\{ \frac{2}{3} - \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right) \right] \right\}$ $d) \frac{1}{2} + \left\{ \frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{4}{5} + \frac{5}{6} \right) \right] \right\}$	$e) \frac{1}{2} - \left\{ \frac{1}{3} - \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$ $f) \frac{3 + \frac{1}{5}}{3 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}}$ $g) \frac{1 - \left[\frac{7}{6} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \right]}{1 - \left[\frac{7}{6} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \right]}$ $h) 2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 - \frac{1}{2}}}$
---	---