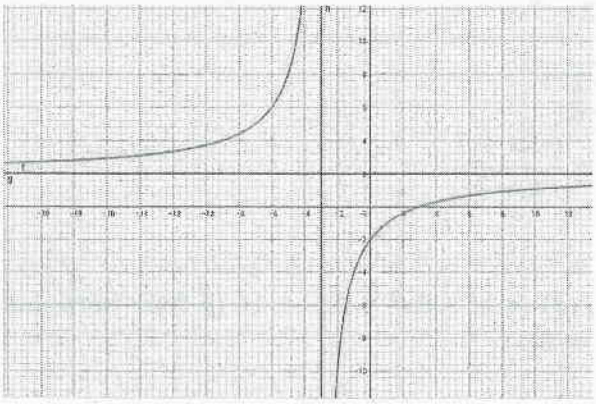
2M11 - Mathématiques Nom : ....

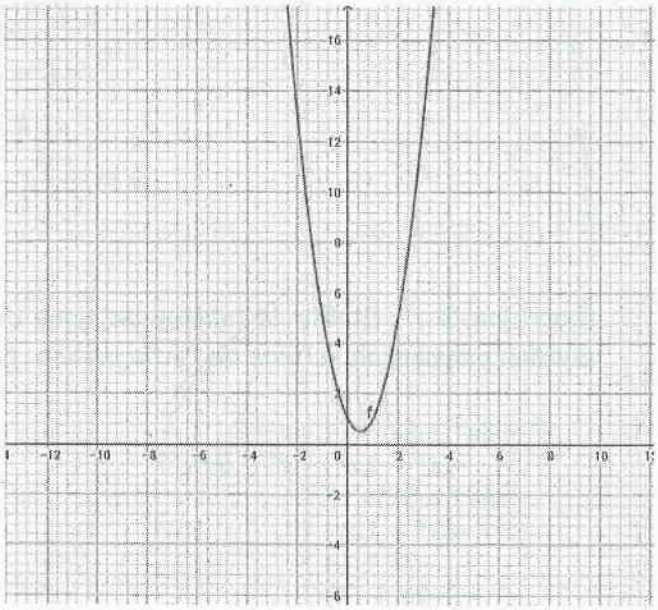
Correction - Travail Ecrit de Révision 1M

Exercice 1 : Dessiner schématiquement les fonctions suivantes. Avant cela donner leurs domaines d'existence, leurs images, les coordonnées des points d'intersection avec les axes, de l'éventuel sommet et les équations des éventuelles asymptotes. Faire un tableau des signes.

$f(x) = \frac{2x-6}{x+3}$



$g(x) = 2x^2 - 2x + 1$



Df=R\{3} AV : x=-3
I =R\{2} AH : y=2

$\cap\, Ox : y = 0$
$0 = 2x - 6$
$x = 3$
$(3; 0)$

$\cap\, Oy : x = 0 \qquad (0; -2)$

		-3		3	
$2x-6$	-	-	-	0	+
$x+3$	-	0	+	+	+
f	+	AV	-	0	+

Df=R a>0 convexe

$x_S = \frac{-(-2)}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

$y_S = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

$S\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$I = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

Pas d'asymptote

$\cap\, Oy : (0; 1)$
$\cap\, Ox : \; 2x^2 - 2x + 1 = 0$
$\Delta = -4 < 0 \;\; pas\ d'intersection$

La fonction g est toujours positive

Exercice 2 : Chercher la fonction qui a pour graphe une hyperbole dont les asymptotes sont les droites d'équations y = -5 et x = 2 ; en outre l'hyperbole passe par le point A(5 ; -6).

$$y = \frac{k}{x-m} + p$$
$$y = \frac{k}{x-2} - 5$$
$$-6 = \frac{k}{5-2} - 5$$
$$k = -3$$
$$y = \frac{-3}{x-2} - 5 = \frac{-5x+7}{x-2}$$

Exercice 3 : Etablir le tableau de signe de $f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x + 14$ (il faut faire une division polynomiale à l'aide de l'information $f(2) = 0$)

$$\begin{array}{r|l}
x^3 - 8x^2 + 5x - 14 & x - 2 \\
\hline
-(x^3 - 2x^2) & x^2 - 6x - 7 \\
-6x^2 + 5x + 14 & \\
-(-6x^2 + 12x) & \\
-7x + 14 & \\
-(-7x + 14) & \\
0 &
\end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 6x - 7)$$

$$x - 2 = 0 \qquad x = 2$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$
$$\Delta = 64$$
$$x_1 = -1 \qquad x_2 = 7$$

		-1		2		7	
$x-2$	-	-	-	0	+	+	+
x^2-6x-7	+	0	-	-	-	0	+
f	-	0	+	0	-	0	+

Exercice 4 : f est la fonction définie sur [0;+∞[par $f(x) = \sqrt{x}$ et g est la fonction définie sur R par $g(x) = x + 3$.Définir les fonctions $g°f$ et $f°g$. Ainsi que la fonction f^{-1}.

$$g°f(x) = \sqrt{x} + 3$$
$$f°g(x) = \sqrt{x + 3}$$
$$f^{-1}(x) = x^2$$

Exercice 5 : Soit la droite $d : \begin{cases} x = -5 + 6\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \end{cases}$

Soit A le point d'intersection de la droite d avec l'axe Ox et B le point d'intersection avec l'axe Oy.

1) Calculer les coordonnées du point A.

$$\cap\, Ox : \quad y = 0 \quad 3 - 2\lambda = 0 \quad \lambda = \frac{3}{2} \quad x = -5 + 6\frac{3}{2} = 4 \quad A(4;0)$$

2) A quelle valeur de λ correspond le point B ?

$$\cap\, Oy : \quad x = 0 \quad -5 + 6\lambda = 0 \quad \lambda = \frac{5}{6}$$

3) Déterminer un point appartenant à la droite d dont l'abscisse soit le quintuple de l'ordonnée.

$$x = 5y \quad -5 + 6\lambda = 5(3 - 2\lambda) \quad \lambda = \frac{5}{4} \quad \left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$$

4) Le point C(-20 ; 15) appartient-il à la droite d ? Justifier la réponse.

$$\begin{cases} -20 = -5 + 6\lambda \\ 15 = 3 - 2\lambda \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{-15}{6} \\ \lambda = -6 \end{cases} \quad \neq \; donc\ C\ n'appartientpas\ à\ la\ droite\ d.$$

5) Donner l'équation cartésienne ainsi que l'équation fonctionnelle de la droite d.

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a = \frac{-1}{3} \quad y = \frac{-1}{3}x + b$$
$$(-5;3) \quad 3 = \frac{-1}{3}(-5) + b$$
$$b = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$x + 3y - 4 = 0$$

Exercice 6 : **Bonus** : Expliquer la notion de bijection (avec des mots ou avec un shéma)

Pour un x il y a un seul y
Pour un y il y a un seul x

Exercice 7 : **Bonus** : Résoudre l'équation suivante :

$$2\sin^2(x) = 1+\sin(x)$$
$$2sin^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$$
$$2V^2 - V - 1 = 0$$
$$\Delta = 9$$
$$V_1 = \frac{-1}{2} \qquad V_2 = 1$$
$$\sin(x) = \frac{-1}{2} \qquad \sin(x) = 1$$
$$x = \begin{cases} \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \\ \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \qquad x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$