LDDR- Niveau 2 : TE de rattrapage - solutions

Nom : Prof

1MG04 - N2 **TE de rattrapage - 1er semestre** **14.1.2015**

Justifiez vos résultats ! *Bon travail !*

Exercice 1 (1 point)
Comment écrit-on (notation mathématique !) l'ensemble de tous les nombres réels sauf -1 et 3 ? $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 3\}$

Exercice 2 (2 points)
Simplifier au maximum la fraction suivante.

$$\frac{x^3-9x}{x^2-2x-15} = \frac{x(x^2-9)}{(x-5)(x+3)} = \frac{x(x-3)\cancel{(x+3)}}{(x-5)\cancel{(x+3)}} = \frac{x(x-3)}{x-5} \quad \left(= \frac{x^2-3x}{x-5} \right)$$

Exercice 3 (3 points)
Exprimer b en fonction de a (isoler b) dans l'égalité suivante.

$$a = \frac{b}{b-a} \quad \Big| \cdot (b-a)$$

$$a(b-a) = b \quad \Big| \text{ distribuer}$$

$$ab - a^2 = b \quad \Big| -b + a^2$$

$$ab - b = a^2 \quad \Big| \text{ FACTORISER!}$$

$$b(a-1) = a^2 \quad \Big| \div (a-1) \ (\text{si } a \neq 1)$$

$$b = \frac{a^2}{a-1}$$

$(a \neq 1)$

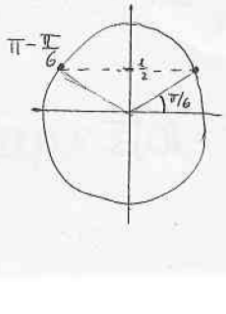
Exercice 4 (6 points)
Résoudre les équations trigonométriques suivantes en radians (valeurs exactes lorsque c'est possible !).

a) $\underbrace{\tan(x)}_{\frac{\sin(x)}{\cos(x)}}\cos(x) + \sin(x) = 1$

$$\frac{\sin(x)}{\cancel{\cos(x)}} \cdot \cancel{\cos(x)} + \sin(x) = 1$$

$$\sin(x) + \sin(x) = 2\sin(x) = 1$$

$$\sin(x) = \frac{1}{2}$$



$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, \ k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \underbrace{\frac{5\pi}{6}}_{\pi - \frac{\pi}{6}} + k \cdot 2\pi, \ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

b) $2\underbrace{\sin^2(x)}_{1-\cos^2(x)} = 7 - 11\cos(x)$

$$2 - 2\cos^2(x) = 7 - 11\cos(x)$$

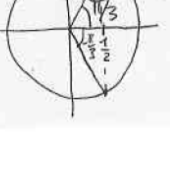
$$2\cos^2(x) - 11\cos(x) + 5 = 0$$

$$u = \cos(x) : 2u^2 - 11u + 5 = 0$$

$$\Delta = 121 - 40 = 81$$

$$u_{1,2} = \frac{11 \pm 9}{4} = \begin{cases} 5 = \cos(x) : \text{pas de solution} \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \cos(x) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$$



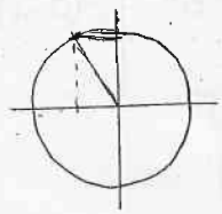
Exercice 5 (3 points)
Résoudre l'équation $x^2 - 4x - 1 = 0$ en complétant le carré.

$$x^2 - 4x + 4 = 1 + 4$$
$$(x-2)^2 = 5$$
$$x - 2 = \pm\sqrt{5}$$
$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

compléter le carré : $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

$\pm\sqrt{}$

Exercice 6 (3 points)
L'angle φ est dans le deuxième quadrant et vérifie $\sin(\varphi) = \frac{12}{13}$. Calculer (valeurs exactes !) $\cos(\varphi)$ et $\cos(\varphi - \frac{\pi}{4})$.



$$\cos(\varphi) < 0 \Rightarrow \cos(\varphi) = -\sqrt{1 - \sin^2(\varphi)} = -\sqrt{\frac{169-144}{169}}$$
$$= -\sqrt{\frac{25}{169}} = -\frac{5}{13}$$

$$\cos(\varphi - \tfrac{\pi}{4}) = \cos(\varphi)\cos(\tfrac{\pi}{4}) + \sin(\varphi)\sin(\tfrac{\pi}{4})$$
$$= -\frac{5}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{12}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{26}$$

Exercice 7 (2 points)
Un triangle est donné par la longueur de ses côtés : $a = 5$, $b = 7$ et $c = 8$.
Calculer l'aire de ce triangle.

$$A = \frac{1}{2} bc \sin(\alpha) = 28 \sin(\alpha)$$

et le théorème du cosinus donne

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha) \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{49+64-25}{112} = \frac{88}{112} = \frac{11}{14}$$

$$\text{donc } A = 28\sqrt{1 - \frac{121}{196}} = 28\,\frac{\sqrt{75}}{14} = 2\sqrt{75} = 10\sqrt{3} \cong 17{,}32.$$