LDDR- Niveau 2 : TE 4 – Fonctions - solutions

Nom : Prof

1MG04 - N2 **TE no.4 - Fonctions** 19.1.2015

Justifiez vos résultats ! *Bon travail !*

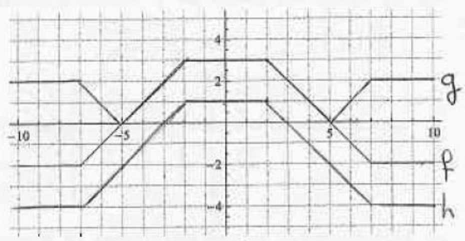
Exercice 1 (8 points)

Une fonction $f : [-10; 10] \longrightarrow \mathbb{R}$ est représentée ci-dessous. Déterminer

a) l'image de 6 : $f(6) = -1$

b) l'ensemble des images de f :

$[-2;3]$



c) la préimage de -2 :

$[-10;-7] \cup [7;10]$

d) les zéros de f : ± 5

e) les ensembles $E = \{x \in [-10; 10] : f(x) \geqslant -1\}$ et $F = f(]-5; 3[)$.

$E = [-6;6]$ $F =]0;3]$

f) Cette fonction est-elle paire, impaire ou ni l'un ni l'autre ?
Expliquer pourquoi.

Paire car son graphe est symétrique par rapport à l'axe des y.

g) Sur le même graphique avec deux couleurs différentes, représenter les fonctions g et h définies par $g(x) = |f(x)|$ et $h(x) = \underbrace{f(-x)}_{f(x)} - 2$.

$f(x)$ car f est paire, donc $h(x) = f(x) - 2$

Exercice 2 (5 points)

Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x-1} \leqslant \frac{4}{x+2}$.

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x+2} = \frac{x+2-4(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{-3x+6}{(x-1)(x+2)} \leqslant 0$$

Tableau des signes : zéro : $x = 2$, exclus : -2 et 1.

x		-2		1		2	
$-3x+6$	+	+	+	+	+	0	−
$(x-1)(x+2)$	+	0	−	0	+	+	+
$f(x)$	+	ϟ	−	ϟ	+	0	−

Les solutions de l'inéquation sont les x ($\neq -2$ et 1) pour lesquels $f(x) \leq 0$, donc

$S =]-2;1[\cup [2;\infty[$

Exercice 3 (10 points)

On donne la fonction $f : x \longmapsto y = f(x) = 4 - \sqrt{4-2x}$.

a) Quel est le domaine de définition de f ?

$4 - 2x \geqslant 0 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2 \;:\; D_f =]-\infty ; 2]$

b) Trouver les zéros de f et faire un tableau des signes de f.

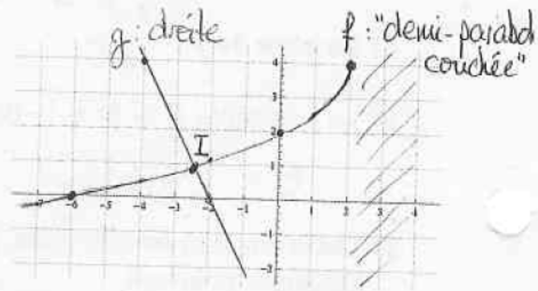
$f(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{4-2x} = 4 \xrightarrow{(\ldots)^2} 4 - 2x = 16 \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow x = -6$ ✓

x		-6		2	
y	−	0	+	+	//////

c) Représenter graphiquement la fonction f.

$(0;2)$ $(2;4)$ $(1; \underline{4-\sqrt{2}})$

$(-2; \overset{\sim 1,17}{\overline{4-2\sqrt{2}}})$ $(-4; \overset{\sim 0,53}{\overline{4-2\sqrt{3}}})$ $(-7; \overset{\sim 2,59 \quad \sim -0,24}{\overline{4-3\sqrt{2}}})$



d) Quel est l'ensemble des images de f ?

$]-\infty ; 4]$

e) Sur le même dessin, représenter la fonction $g : x \longmapsto y = g(x) = -2x - 4$.

$(0;-4)$ $(-2;0)$ $(-4;4)$

f) Calculer les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection des graphes de f et g.

$f \cap g :\; f(x) = g(x) \Rightarrow 4 - \sqrt{4-2x} = -2x - 4$

$\Rightarrow \sqrt{4-2x} = 2x + 8 \xrightarrow{(\ldots)^2} 4 - 2x = 4x^2 + 32x + 64$

$\Rightarrow 4x^2 + 34x + 60 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 17x + 30 = 0 \;:\; \Delta = 49$

$x_{1,2} = \dfrac{-17 \pm 7}{4} = \begin{cases} -\frac{5}{2} \checkmark \\ \cancel{-6} \text{ parasite} \end{cases}$ donc un seul pt. d'intersection

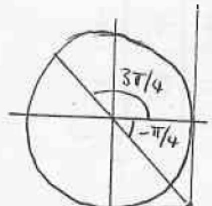
$x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = f(-\frac{5}{2}) = g(-\frac{5}{2}) = 1$, donc $I(-\frac{5}{2} ; 1)$.

Exercice 4 (2 points)

Déterminer la préimage de -1 par la fonction $f : x \longmapsto y = \tan(x + \frac{\pi}{4})$.

$\tan(x + \frac{\pi}{4}) = -1$

$\tan(\alpha) = -1$



$\alpha = \dfrac{3\pi}{4} + k \cdot \pi = x + \dfrac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x \in \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k \cdot \pi,\; k \in \mathbb{Z} \right\}$