

Exercice 3.1

Exprimer les angles suivants en radians en écrivant la réponse en multiple de π .

degrés	90°	135°	30°	18°	$22,5^\circ$	720°	270°	1°	x°
radians									

Exprimer les angles suivants en degrés.

radians	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	6π	1	2,5	x
degrés									

Exercice 3.2

Soit un nombre α . Dessiner précisément, à l'aide d'un rapporteur, le point P_α qui représente α sur le cercle trigonométrique. Mesurer sur le dessin les valeurs de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ et rapporter les valeurs trouvées dans le tableau ci-contre.

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$	$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)$
230°					
1,9					
$14,2\pi$					

Exercice 3.3

Dans chacun des cas suivants, dire pour quelles valeurs de α l'égalité est satisfaite :

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a. $\cos(\alpha^\circ) = 0$ | c. $\cos(\alpha) = -1$ | e. $\tan(\alpha^\circ) = -1$ |
| b. $\sin(\alpha^\circ) = -1$ | d. $\sin(\alpha^\circ) = 0$ | f. $\tan(\alpha^\circ) = 0$ |

Exercice 3.4

- Trouver les angles entre 0° et 360° qui coïncide sur le cercle trigonométrique à des angles de 2578° , 5555° , -1111° et -9876° .
- Trouver les angles entre 0 et 2π qui coïncide sur le cercle trigonométrique à des angles de $\frac{97\pi}{6}$, $\frac{111\pi}{8}$, $\frac{-304\pi}{3}$ et $-\frac{123\pi}{4}$.

Exercice 3.5

Déterminer, à l'aide d'une réflexion géométrique, les valeurs exactes suivantes :

- a. $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ avec $\alpha = \frac{\pi}{6}$ rad
- b. $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ avec $\alpha = 45^\circ$
- c. $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ avec $\alpha = \frac{\pi}{3}$ rad

Exercice 3.6

Toronto et Quito sont situées sur le même méridien. Sachant que le rayon terrestre est d'environ 6370 km et que la différence entre leur latitude est de 43° , calculer la distance séparant ces deux villes.

Exercice 3.7

Sans calculatrice, trouver la valeur exacte de :

- a. $\sin(120^\circ)$
- c. $\tan(150^\circ)$
- e. $\tan(300^\circ)$
- g. $\cos(225^\circ)$
- b. $\cos(135^\circ)$
- d. $\cos(210^\circ)$
- f. $\sin(330^\circ)$

Exercice 3.8

A partir des relations fondamentales, démontrer les égalités suivantes :

- a. $1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$
- b. $\frac{\sin^2(x)}{1 - \cos(x)} = 1 + \cos(x)$

Exercice 3.9

Trouver la valeur exacte de $\sin(t)$, $\cos(t)$ et $\tan(t)$ sans chercher la valeur de l'angle t dans les cas suivants :

- a. $\cos(t) = \frac{3}{5}$ avec $t \in Q_{IV}$
- c. $\tan(t) = 2$, avec $t \in Q_I$
- b. $\sin(t) = -0,28$ avec $t \in Q_{III}$

Exercice 3.10

Simplifier :

- a. $\frac{\tan(x)}{1 + \tan^2(x)}$
- c. $\frac{1 - (\sin(x) - \cos(x))^2}{\sin(x)}$
- b. $\frac{1 - \sin^2(x)}{\sin(x) \cos(x)}$
- d. $(\sin(x) + \cos(x))^2 + (\sin(x) - \cos(x))^2$

Exercice 3.11

A l'aide d'une réflexion sur le cercle trigonométrique,

- exprimer $\sin(\pi + \alpha)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ et $\tan(\pi - \alpha)$ en utilisant $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$, ou $\tan(\alpha)$.
- compléter les égalités suivantes :

- $-\cos(\alpha) = \cos(\dots)$ • $-\sin(\alpha) = \sin(\dots)$ • $\cos(\alpha) = \sin(\dots)$
- $\sin(\alpha) = \cos(\dots)$ • $-\cos(\alpha) = \sin(\dots)$ • $-\sin(\alpha) = \cos(\dots)$

Exercice 3.12

Sans machine à calculer, mais en travaillant avec les valeurs exactes, compléter le tableau

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$	$\cos(2\alpha)$	$\sin(2\alpha)$	$2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$	$\frac{1 - \cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$
$\frac{\pi}{4}$							
$\frac{\pi}{3}$							
$\frac{5\pi}{6}$							
$\frac{11\pi}{6}$							

Exercice 3.13

Simplifier :

- $\sin^3(x) + \sin(x) \cdot \cos^2(x)$
- $\frac{1}{\frac{\cos(x)}{\frac{\cos(x)}{\sin(x)} + \frac{\sin(x)}{\cos(x)}}}$
- $\frac{\cos^2(x)}{1 - \sin(x)}$
- $(1 - \sin^2(x)) \cdot (1 + \tan^2(x))$

Exercice 3.14

Sachant que $\tan(t) = \frac{5}{4}$ avec t dans le quadrant III Q_{III} , trouver la valeur exacte de $\sin(t)$ et $\cos(t)$ sans chercher la valeur de l'angle t .

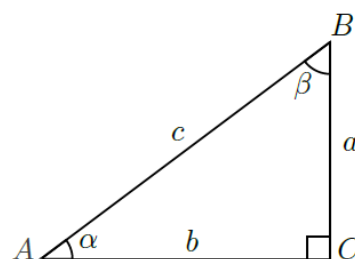
Exercice 3.15

Trouver la valeur exacte de $\cos(-945^\circ)$ et $\sin\left(\frac{-10\pi}{3}\right)$.

Exercice 3.16

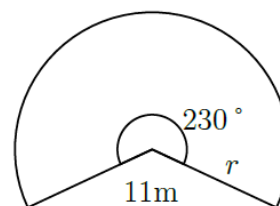
Le triangle ABC est représenté ci-contre. Dans chaque cas, trouver les angles et les côtés inconnus.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a. $a = 7.8$ cm, $\alpha = 27^\circ$ | d. $a = 13.4$ cm, $b = 20$ cm |
| b. $a = 6.3$ cm, $c = 9.2$ cm | e. $a = 5$ cm, Aire $= 6$ cm ² |
| c. $c = 4.8$ cm, $\beta = 10^\circ$ | f. $b = 2a$ |



Exercice 3.17

La voûte d'un tunnel est un arc de cercle dont l'angle au centre mesure 230° . Sachant que la largeur de la base est de 11 m, déterminer le rayon de l'arc de cercle ainsi que la hauteur maximale de la voûte par rapport au sol.

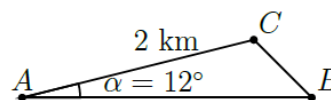


Exercice 3.18

Quelle est la hauteur d'une tour dont l'ombre sur le sol mesure 36 m lorsque le soleil est $37,5^\circ$ au-dessus de l'horizon ?

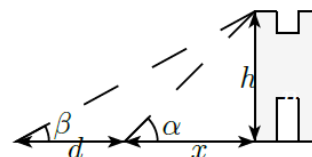
Exercice 3.19

Un homme doit se rendre de A à B dans le brouillard. Il part de A en se trompant de 12° dans l'estimation de sa direction, et parcourt 2 km. Parvenu à C , il corrige son cap et parvient en B après avoir parcouru encore 0,8 km. Quelle est la distance entre A et B ?



Exercice 3.20

Pour déterminer la hauteur d'une tour inaccessible, on fixe une distance d et on mesure les angles α et β . Trouver des formules pour calculer la hauteur h et la distance x . Tester vos formules en vérifiant que $h = 14.12$ m et $x = 17.68$ m si l'on pose $\alpha = 38.6^\circ$, $\beta = 18.3^\circ$ et $d = 25$ m.



Exercice 3.21

Dans un disque de rayon de 10 cm, on prélève un secteur correspondant à une corde de 6 cm. Calculer le périmètre et l'aire de ce secteur.

Exercice 3.22

L'aire d'un triangle isocèle est de 120 m^2 , l'angle à son sommet est de 54° . Calculer sa base, sa hauteur et la longueur de ses côtés.

Exercice 3.23

Résoudre les équations trigonométriques suivantes. Donner toutes les solutions positives avec une précision au dixième.

a. $\sin(\theta^\circ) = 0,1$

d. $\cos(\theta^\circ) = 0,8$

g. $\tan(\theta^\circ) = 4$

b. $\sin(\theta^\circ) = -0,84$

e. $\cos(\theta^\circ) = -0,84$

h. $\tan(\theta^\circ) = -0,32$

c. $\sin(\theta^\circ + 15^\circ) = 0,951$

f. $\cos(\theta^\circ - 20^\circ) = \sqrt{\frac{2}{3}}$

i. $\tan(\theta^\circ + 100^\circ) = 0,11$

Exercice 3.24

Déterminer toutes les solutions des équations suivantes dans l'intervalle $0^\circ < \theta^\circ \leq 360^\circ$:

a. $\cos(2\theta^\circ) = \frac{1}{3}$

c. $\sin(2\theta^\circ) = -0,6$

e. $\tan(2\theta^\circ - 90^\circ) = 0,4$

b. $\tan(3\theta^\circ) = 2$

d. $\cos(4\theta^\circ + 30^\circ) = -\frac{1}{4}$

f. $\sin(3\theta^\circ - 45^\circ) = -0,42$

Exercice 3.25

Déterminer un nombre entre 10 et 11 dont le sinus vaut $-0,88$.

Exercice 3.26

Résoudre les équations trigonométriques suivantes :

a. $\sin(5x) = \sin(7x)$

c. $\sin(4x) + \sin(x) = 0$

b. $\cos(2x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

d. $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \tan(3x)$

Exercice 3.27

Résoudre les équations trigonométriques suivantes :

a. $2\sin(x) + \cos(x) = 0$

d. $\sqrt{3}\sin(2x) - \cos(2x) = 0$

b. $4\cos^2(x) - 4\cos(x) - 3 = 0$

e. $2\cos^2(x) + \sin(x) - 1 = 0$

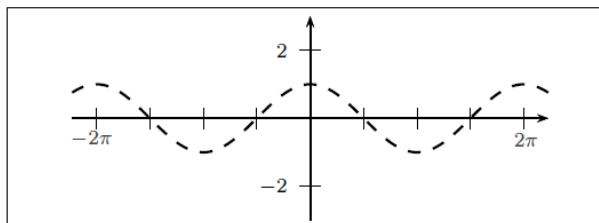
c. $2\sin^2(x) - 3\sin(x) + 1 = 0$

f. $\sqrt{3}\cos(x) - \sin(x) = 1$

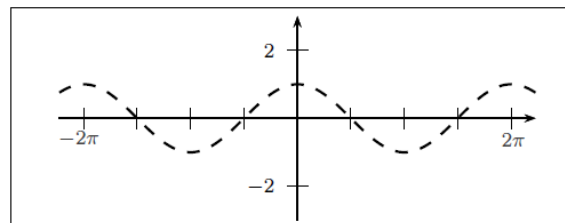
Exercice 3.28

A l'aide de la fonction $x \mapsto \cos(x)$, déduire dans un même système d'axes sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$, les graphes des fonctions ci-dessous :

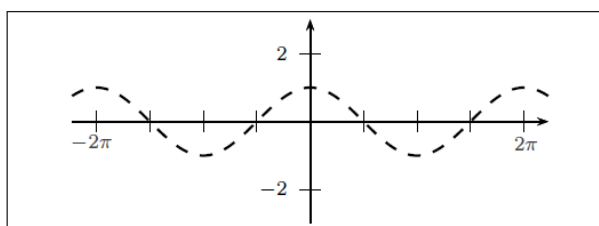
$$f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$



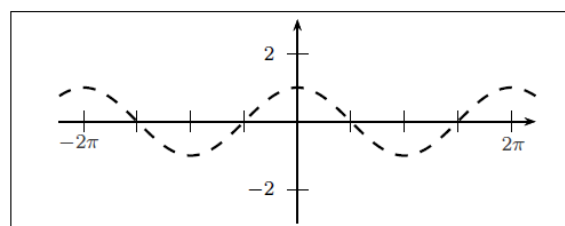
$$g(x) = 2 \cos(x)$$



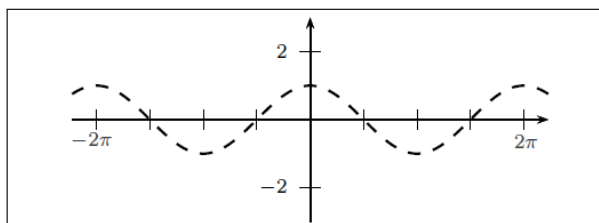
$$h(x) = \cos(2x)$$



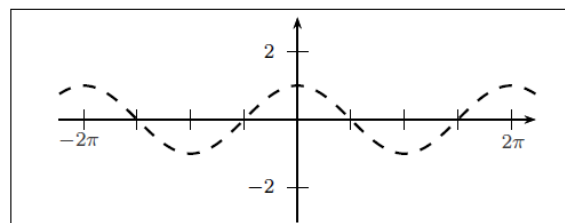
$$i(x) = |\cos(2x)|$$



$$j(x) = -\cos(x + \pi)$$



$$k(x) = \cos|x| + 1$$

**Exercice 3.29**

a. A partir des formules d'addition et des relations fondamentales, établir les formules de :

• $\cos(2x) = \dots$

• $\sin(2x) = \dots$

• $\tan(2x) = \dots$

b. Démontrer les égalités suivantes :

• $\cos(3x) = 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x) = \cos(x) \cdot (1 - 4 \sin^2(x))$

• $\sin(3x) = 3 \sin(x) - 4 \sin^3(x) = \sin(x) \cdot (4 \cos^2(x) - 1)$

Exercice 3.30

Déterminer la valeur exacte de $\cos(15^\circ)$ et $\sin(15^\circ)$ de $\sin(105^\circ)$ et $\cos(105^\circ)$ et de $\cos(255^\circ)$

Exercice 3.31

Simplifier :

a. $\cos(x) + \cos(x + 120^\circ) + \cos(x + 240^\circ) = \dots$ b. $\sin(x) + \sin(x + 120^\circ) + \sin(x + 240^\circ) = \dots$

Exercice 3.32

Sachant que $\sin(x) = \frac{2}{3}$, ($x \in Q_{II}$) et $\cos(y) = -\frac{1}{4}$ ($y \in Q_{III}$), déterminer, sans calculatrice, la valeur exacte de $\sin(x + y)$ et $\tan(x - y)$.

Exercice 3.33

Si $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$ et $\cos(\beta) = \frac{24}{25}$ et si α, β sont aigus, trouver la valeur exacte de $\tan(\alpha)$ et $\sin(\beta)$ et celles de $\cos(\alpha - \beta)$ et $\tan(\alpha + \beta)$.

Exercice 3.34

- a. Déterminer, sans la calculatrice, la valeur exacte de $\tan(2\theta)$ sachant que $\sin(\theta) = \frac{3}{5}$ et que θ est dans le deuxième quadrant.
- b. Simplifier au maximum l'expression suivante : $\tan\left(\frac{\pi}{4} + t\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - t\right)$.

3.1

degrés	90°	135°	30°	18°	$22,5^\circ$	720°	270°	1°	x°
radians	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\pi}{8}$	4π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{\pi x}{180}$

radians	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	6π	1	2,5	x
degrés	60°	9°	67.5°	120°	-90°	1080°	57.3°	143.2°	$\frac{180x^\circ}{\pi}$

3.2

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$	$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)$
230°	$\simeq -0.64$	$\simeq -0.77$	$\simeq 1.19$	$\simeq 1.19$	1
1,9	$\simeq -0.32$	$\simeq 0.95$	$\simeq -2.93$	$\simeq -2.93$	1
14,2 π	$\simeq 0.81$	$\simeq 0.59$	$\simeq 0.73$	$\simeq 0.73$	1

3.3

- a. $\alpha = 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 b. $\alpha = 270^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 c. $\alpha = \pi + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

- d. $\alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 e. $\alpha = 135^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 f. $\alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

3.4

- a. $58^\circ, 155^\circ, 329^\circ, 204^\circ$

- b. $\frac{\pi}{6}, \frac{15\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}$

3.5

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

3.6

$$d \simeq 4780,6 \text{ km}$$

3.7

- a. $\sin(120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 b. $\cos(135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
 c. $\tan(150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 d. $\cos(210^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- e. $\tan(300^\circ) = -\sqrt{3}$
 f. $\sin(330^\circ) = -\frac{1}{2}$
 g. $\cos(225^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.8 a. $1 + \tan^2(\alpha) = 1 + \frac{\sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} = \frac{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

b. $\frac{\sin^2(x)}{1 - \cos(x)} = \frac{1 - \cos^2(x)}{1 - \cos(x)} = \frac{(1 + \cos(x)) \cdot (1 - \cos(x))}{1 - \cos(x)} = 1 + \cos(x)$

3.9 a. $\sin(t) = -\frac{4}{5}$ $\tan(t) = -\frac{4}{3}$

b. $\cos(t) = -\frac{24}{25}$ $\tan(t) = \frac{7}{24}$

c. $\sin(t) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\cos(t) = \frac{\sqrt{5}}{5}$

3.10 a. $\sin(x) \cdot \cos(x)$

c. $2 \cos(x)$

b. $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

d. 2

3.11 a. $\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$

$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin(\alpha)$

$\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$

b. $-\cos(\alpha) = \cos(\pi - \alpha) = \cos(\pi + \alpha)$

$-\sin(\alpha) = \sin(-\alpha) = \sin(\pi + \alpha)$

$\cos(\alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$

$\sin(\alpha) = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(-\frac{\pi}{2} + \alpha)$

$-\cos(\alpha) = \sin(-\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(-\frac{\pi}{2} + \alpha)$

$-\sin(\alpha) = \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos(-\frac{\pi}{2} - \alpha)$

3.12

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$	$\cos(2\alpha)$	$\sin(2\alpha)$	$2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$	$\frac{1 - \cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0	1	1	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

3.13 a. $\sin(x)$

c. $\sin(x) + 1$

b. $\sin(x)$

d. 1

3.14 $\cos(t) = -\frac{4\sqrt{41}}{41}$ et $\sin(t) = -\frac{5\sqrt{41}}{41}$

3.15 $\cos(-945^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(-\frac{10\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3.16

Questions	α	β	$a_{[cm]}$	$b_{[cm]}$	$c_{[cm]}$
a	27°	63°	7.8	15.3	17.2
b	43.22°	46.78°	6.3	6.7	9.2
c	80°	10°	4.73	0.83	4.8
d	33.82°	56.18°	13.4	20	24.07
e	64.36°	25.64°	5	2.4	5.55
f	26.57°	63.43°	a	$2a$	$\sqrt{5}a$

3.17 rayon $r \simeq 6.07$ m et hauteur maximale $h \simeq 8.63$ m.**3.18** hauteur $h \simeq 27.62$ m.**3.19** distance $d_{AB} \simeq 2.6397$ km.

3.20 $x = \frac{d \cdot \tan(\beta)}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}$ et $h = \frac{d \cdot \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}$.

3.21 périmètre $p \simeq 26.09$ cm et aire $A \simeq 30.47$ cm².**3.22** $b \simeq 15.64$ m, $c \simeq 17.22$ m et $h \simeq 15.35$ m.

3.23

a. $\theta_1 = 5.7^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 174.3^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
b. $\theta_1 = 302.9^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 237.1^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
c. $\theta_1 = 57.0^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 93.0^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
d. $\theta_1 = 36.9^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 323.1^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
e. $\theta_1 = 147.1^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 212.9^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
f. $\theta_1 = 55.3^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$	$\theta_2 = 344.7^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
g. $\theta_1 = 76^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$	
h. $\theta_1 = 162.3^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$	
i. $\theta_1 = 86.3^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$	

3.24

Questions	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
a	35.26°	144.74°	215.26°	324.74°				
b	21.14°	81.14°	141.14°	201.14°	261.14°	321.14°		
c	108.43°	161.57°	288.43°	341.57°				
d	18.62°	56.38°	108.62°	146.38°	198.62°	236.38°	288.62°	326.38°
e	55.9°	145.9°	235.9°	325.9°				
f	6.7°	83.3°	126.7°	203.3°	246.7°	323.3°		

3.25 10.50064

3.26

a. $x_1 = -k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$

b. $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = -\frac{\pi}{3} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$

c. $x_1 = k \cdot \frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

d. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

3.27

a. $x = -26.57^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

d. $x = 15^\circ + k \cdot 90^\circ, k \in \mathbb{Z}$

b. $x_1 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

e. $x_1 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

c. $x_1 = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x_3 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

f. $x_1 = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

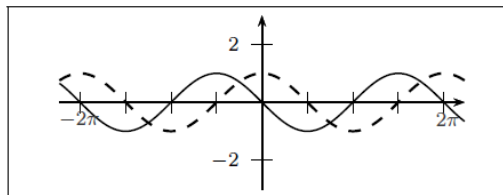
$x_3 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

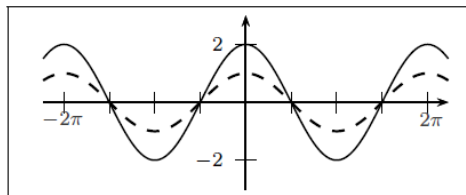
3.28

$$f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

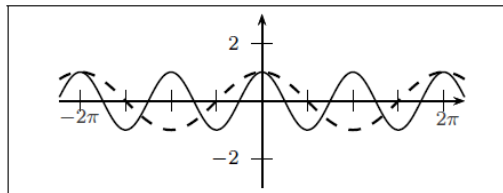
$$g(x) = 2 \cos(x)$$



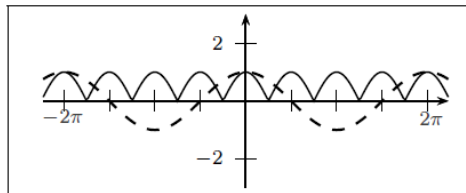
$$h(x) = \cos(2x)$$



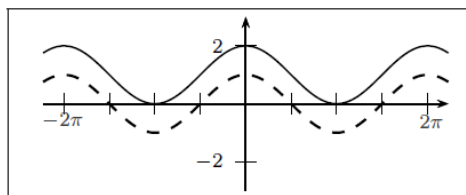
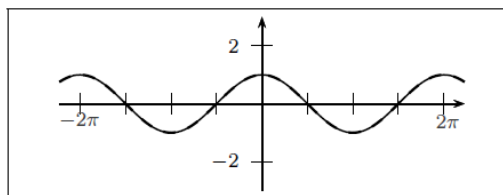
$$i(x) = |\cos(2x)|$$



$$j(x) = -\cos(x + \pi)$$



$$k(x) = \cos|x| + 1$$

**3.29**

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan(x)}{1 - \tan^2(x)}$$

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

3.30

a. $\cos(15^\circ) = \sin(105^\circ) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$

c. $\cos(105^\circ) = -\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$

b. $\sin(15^\circ) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$

d. $\cos(255^\circ) = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$

3.31

a. 0

b. 0

3.32

a. $\sin(x+y) = \frac{-2+5\sqrt{3}}{12}$

b. $\tan(x-y) = \frac{\sqrt{5}(-2-5\sqrt{3})}{5-10\sqrt{3}}$

3.33

a. $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$

c. $\cos(\alpha - \beta) = \frac{117}{125}$

b. $\tan(\beta) = \frac{7}{24}$

d. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{4}{3}$

3.34

a. $\tan(2\theta) = -\frac{24}{7}$

b. $\tan\left(\frac{\pi}{4} + t\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - t\right) = 2 \tan(2t)$