LDDR – Niveau 1 : Série 4 Géométrie Espace

LYCEE DENIS-DE-ROUGEMONT Math.niveau1 Série 7 2MG08 Mai 2014

Exercice 1 Etant donné les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ calculer $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$, $\vec{a}\bullet\vec{b}$, $(\vec{a}-\vec{b})\bullet(\vec{a}+\vec{b})$ et φ (l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$)

1) $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$ 2) $\vec{a}=\begin{pmatrix}-3\\1\\4\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ 3) $\vec{a}=\begin{pmatrix}-1\\4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$

Exercice 2 Soit les vecteurs $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\4\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{w}=\begin{pmatrix}y\\2\\-1\end{pmatrix}$. Calculer x et y sachant que x+y=12 et $\vec{v}\perp\vec{w}$.

Exercice 3 On donne le vecteur $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\4\\-2\end{pmatrix}$

1) Trouver le vecteur-unité $\vec{u}_a$

2) Trouver le vecteur $\vec{b}$ de même direction et de sens opposé à $\vec{a}$ et de longueur 3

3) Chercher deux vecteurs $\vec{c}=\begin{pmatrix}c1\\c2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{d}=\begin{pmatrix}0\\d2\\d3\end{pmatrix}$ orthogonaux à $\vec{a}$ puis montrer que toute combinaison linéaire de $\vec{c}$ et $\vec{d}$ $(\lambda\vec{c}+\mu\vec{d})$ est également orthogonale à $\vec{a}$.

Exercice 4 Etant donné les points A(1;0;2), B(8;2;1) et C(2;0;10), calculer les côtés et les angles du triangle ABC.

Exercice 5 Soit π : 2x-y+3z-12=0, trouver trois points(A, B et C) appartenant au plan π puis former Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ puis vérifier que ces trois vecteurs sont ⊥ à $\vec{n}=\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$.

Exercice 6 Trouver un vecteur qui soit orthogonale aux deux vecteurs $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{w}=\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}$

Exercice 7 Soit $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{c}=\begin{pmatrix}4\\2\\-1\end{pmatrix}$. Calculer $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ et $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$.

Le produit vectoriel est-il associatif ?

Exercice 8 Etant donné les vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$

1) Trouver un vecteur unité orthogonale à $\vec{a}$ et à $\vec{b}$.

2) Soit φ l'angle formé par $\vec{a}$ et $\vec{b}$. Calculer cosφ à l'aide du produit scalaire, sinφ à l'aide du produit vectoriel puis vérifier que $\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=1$

<u>Exercice 9</u> Reprendre les points A,B et C de l'exercice 4 puis trouver les coordonnées du point D

Sachant que ABCD est un parallélogramme et calculer l'aire de ce dernier.

<u>Exercice 10</u> Trouver un vecteur normal au plan π passant par A(1;2;0), B(4;5;1) et C(-2;0;2) puis

donner son équation cartésienne.

<u>Exercice 11</u> Déterminer l'équation cartésienne du plan α qui contient le point A(7;0;0) et la

droite d : $\begin{cases} x = -2 + 6\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 11 - 5\lambda \end{cases}$

<u>Exercice 12</u> Soit le plan π donné par A(4;1;0) et le vecteur normal $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

1) Donner l'équation cartésienne du plan π.

2) Chercher un vecteur directeur d'une droite de profil incluse dans π.

3) Donner une représentation paramétrique de la droite d ⊥ π et passant par A.

<u>Exercice 13</u> Soit le plan π : 2x+3y-4z+48=0 et le point A(4;2;1)

1) Calculer les coordonnées du point B, projection orthogonale du point A sur le plan π.

2) Trouver la distance entre le point A et le plan π.

3) Calculer les coordonnées du point C, symétrique de A par rapport à π