

Exercice 1

Enumérer les éléments des ensembles suivants :

$$A = \{ x \mid x = 3n, \ n \in \mathbb{N} \}$$

$$G = \{ x \mid x^2 - 3 = 0, \ x \in \mathbb{Q} \}$$

$$B = \{ x \mid x = \frac{1}{2n-1}, \ n \in \mathbb{N}^* \}$$

$$H = \{ x \mid 2 < x \leq 10, \ x \in \mathbb{N} \}$$

$$C = \{ x \mid x = n^3 - n^2, \ n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n \leq 5 \} \quad I = \{ x \mid 4x^2 + 5 = 0, \ x \in \mathbb{R} \}$$

$$D = \{ x \mid x = 2n - 3, \ n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 7 \} \quad J = \{ x \mid x = 2n + 1, \ n \in \mathbb{Z} \}$$

$$E = \{ x \mid 4 - 3x = 0, \ x \in \mathbb{Q} \}$$

$$K = \{ x \mid x = \frac{n+1}{n^2}, \ n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n \leq 5 \}$$

$$F = \{ x \mid (x-1)(2x+1) = 0, \ x \in \mathbb{R} \} \quad L = \{ x \mid x = (-1)^n \cdot \frac{n^2}{2^n}, \ n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 6 \}$$

$$M = \{ x \mid (x-1)(2x+1)(x^2+5) = 0, \ x \in \mathbb{R} \}$$

Exercice 2

On considère l'ensemble $E = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 \}$

Enumérer les éléments des ensembles suivants :

$$A = \{ x \mid x \text{ est pair et } x+1 \text{ est premier} \}$$

$$B = \{ x \mid x \text{ est premier et } x-1 \text{ est impair} \}$$

$$C = \{ x \mid x \text{ divise } 30 \text{ et } x \text{ est impair} \}$$

$$D = \{ x \mid 1 < x^2 < 20 \}$$

1M niv.2

Ensembles.
Calculs dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Exercice 3

Trouver un critère d'appartenance à chacun des ensembles suivants :

A = ensemble des nombres naturels inférieurs à 10

B = ensemble des carrés des nombres entiers

$$C = \{ 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; \dots \}$$

$$D = \left\{ 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \dots \right\}$$

$$E = \left\{ 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{8} ; \dots \right\}$$

$$F = \{ 2 ; 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 27 ; 38 \}$$

$$G = \left\{ 2 ; 1 ; \frac{4}{5} ; \frac{5}{7} ; \frac{2}{3} ; \dots \right\}$$

$$H = \left\{ 0 ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{2} ; \frac{3}{5} ; \frac{2}{3} ; \frac{5}{7} \right\}$$

Exercice 4

Soit : $U = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 \}$

$$A = \{ 1 ; 3 ; 5 ; 7 \}$$

$$B = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$$

$$C = \{ 2 ; 6 ; 10 \}$$

Trouver : $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $U \setminus A$, $A \setminus C$.

Exercice 5

Dans l'ensemble T des triangles, on considère :

I, le sous-ensemble des triangles isocèles,

E, le sous-ensemble des triangles équilatéraux,

R, le sous-ensemble des triangles rectangles.

Déterminer : $I \cap E$, $E \cap R$, $I \cap R$.

Exercice 6

On donne trois intervalles I, J, K de $\mathbb{R}$.

Déterminer $I \cap J$, $I \cap K$, $I \cap (J \cup K)$, $(I \setminus J) \cup (I \setminus K)$, dans les cas suivants :

$$\text{a) } I = [-3, 4[\quad J = [-2, 0[\quad K = [-5, 3]$$

$$\text{b) } I =]-4, 2] \quad J = [-2, 3] \quad K =]-3, 1[$$

Exercice 7

Décrire les ensembles suivants à l'aide des notations d'intervalle :

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } -3 < x < 2\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq -2 \text{ ou } x \geq 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq 1\}$$

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x < 4\}$$

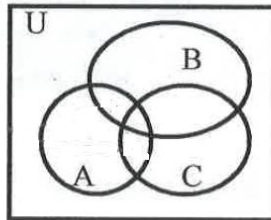
Exercice 8

Ecrire l'ensemble $I =]-\infty, -2[\cup]1, \infty[$ comme le complémentaire d'un intervalle.

Exercice 9

On donne le diagramme de Venn des sous-ensembles d'un univers U . Hachurer les parties correspondantes aux opérations indiquées :

- a) $(A \cap B) \setminus C$
- b) $(A \cap B) \setminus (B \cup C)$
- c) $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cup C$

**Facultatif**

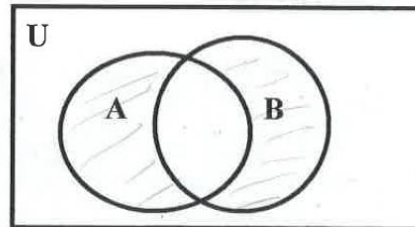
Illustrer les ensembles suivants :

- a) $(A \cap B) \cap C$ et $A \cap (B \cap C)$
- b) $A \cup (B \cup C)$ et $(A \cup B) \cup C$
- c) $A \cup (B \cap C)$ et $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
- d) $A \cap (B \cup C)$ et $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Exercice 10

Soit A et B deux sous-ensembles d'un ensemble U . Sur un diagramme de Venn, représenter l'ensemble :

$$(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$



Peut-on exprimer cet ensemble sous une autre forme ?

Exercice 11Calculer la somme $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 100$ *Indication : penser qu'on peut l'écrire : $S_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$* **Exercice 12 (facultatif)**Que vaut S ?**a)** la somme $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots$ comprend 200 termes.**b)** la somme $S = 4 + 6 + 8 + 10 + \dots$ comprend 150 termes.*Indication : trouver le terme général a_n , puis le dernier terme de la somme.***Exercice 13***distributivité*

$$a(b + c) = ab + ac$$

mise en évidence

Mettre en évidence les facteurs communs :

a) $ab + b =$

f) $y(b - a) - x(b - a) =$

b) $ma + ap =$

g) $a(x^2 + y^2) - b(x^2 + y^2) =$

c) $2m + m^2x =$

h) $8x^4 - 6x^3 + 2x^2 =$

d) $4ac - 2ac^2 =$

i) $(a - b) + x(a - b) =$

e) $24b^3c^5 - 36bc^2 =$

j) $(a - b) - x(b - a) =$

Exercice 14

identités remarquables

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exercice 15

Décomposer en facteurs par

1. la méthode des identités :

a) $a^2 - 9 =$

e) $x^4 - 16y^8 =$

b) $16 - x^4 =$

f) $(a - b)^2 - c^2 =$

c) $a^2x^2 - b^2x^2 =$

g) $(5a + 2b)^2 - (2b - 5a)^2 =$

d) $x^2 - 2 =$

h) $(x + a)^2 - (3x - 2a)^2 =$

2. la méthode des groupements :

a) $x^3 + x^2 + 2x + 2 =$

b) $cy + y + c + 1 =$

c) $a^4 - 2a^3 + a - 2 =$

d) $c^2 + d - d^2 - c =$

Exercice 16

Simplifier (penser aux identités remarquables) :

a) $\frac{x^2 - 1}{x + 1} =$

g) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} =$

b) $\frac{x + 1}{1 - x^2} =$

h) $\frac{9x^2 - 6x + 1}{3x - 1} =$

c) $\frac{\sqrt{3} + x}{3 - x^2} =$

i) $\frac{16x^2 - 8x + 1}{1 - 16x^2} =$

d) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} =$

j) $\frac{a - x}{x^2 - a^2} =$

e) $\frac{x - 3}{x^2 - 9} =$

k) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} =$

f) $\frac{4x^2 - 25}{2x + 5} =$

l) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} =$

1M niv.2

Ensembles.
Calculs dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Exercice 17 (facultatif)

Calculer :

a) $\frac{1}{6} - \frac{5}{6} =$

b) $\frac{5}{12} + \frac{7}{6} =$

c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} =$

d) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$

e) $\frac{1}{b} - \frac{1}{bc} =$

f) $\frac{2a}{b} + \frac{b}{a} =$

g) $\frac{2x}{x+3} + \frac{x-1}{2x} =$

h) $\frac{1}{2-x} - \frac{x-2}{x+1} =$

Exercice 18

Calculer :

a) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} =$

b) $\frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x-1}{x^2-1} =$

c) $\frac{2t}{4-t^2} + \frac{2}{2-t} =$

d) $\frac{x^2+2x+1}{x+1} + 1 =$

e) $\frac{2x-3}{x+2} - \frac{3-x}{x+1} =$

f) $1 - \frac{a-b}{a+b} =$

g) $x - \frac{x^2}{a+x} =$

h) $a+b - \frac{a^2-b^2}{a-b} =$

Exercice 19

Résoudre les équations suivantes :

a) $0,4(3x+1) = \frac{1}{2}(2,5x + \frac{1}{2})$

b) $(x+5)^2 - (x-3)^2 = 32$

c) $k^2x - 1 = kx$

d) $a^2(x-a) = b^2(x-b)$

e) $\frac{x-a}{2x+b} = b$

f) $(x+4)^2 = 5 + x^2$

g) $\frac{2x+5}{3x-4} = -5$

h) $\frac{4-x}{x-5} = \frac{1}{2} - \frac{x-2}{2x-10}$

i) $2x - \frac{2x}{9} = \frac{1}{9}(16x - \frac{3}{2})$

j) $\frac{2}{x+1} + \frac{5}{x-1} = \frac{10}{x^2-1}$

k) $x - 7(\frac{x}{5} - \frac{x-5}{4}) = 25$

l) $\frac{4}{2u-3} + \frac{10}{4u^2-9} = \frac{1}{2u+3}$

1M niv.2

Ensembles.
Calculs dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Exercice 20 (facultatif)

Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{9x}{3x-1} = 2 + \frac{3}{3x-1}$

b) $\frac{4}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{5x-6}{x^2-4}$

c) $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$

Exercice 21

Résoudre les équations suivantes :

a) $(2x-1)^2 = (x-3)(2x+7) + 2x^2$

b) $\frac{x+1}{x+a+b} = \frac{x-1}{x+a-b}$

c) $\frac{4}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{x^2}{x^2+x}$

d) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x+1} \left(\frac{1}{x-1} + 1 \right)$

e) $(x+a)a - (x-b)b = 2ab$

f) $\frac{x}{a} - x = -b + \frac{b}{a}$

g) $2ax - 4a^2 = x - 1$

h) $\frac{\frac{2}{2}-1}{\frac{2}{x}-1} = 1$

i) $\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$

Exercice 22

Transformations de formules:

a) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$ $x = ?$, $a = ?$

b) $a^2 + b^2 = c^2$ $c = ?$, $a = ?$

c) $A = \frac{B}{\sqrt{C}}$ $B = ?$ $C = ?$

d) $V = \frac{1}{2}(b + B)h$ $h = ?$, $b = ?$

e) $\frac{a}{\sin(x)} = \frac{b}{\cos(y)}$ $a = ?$ $\cos(y) = ?$

f) $a = \frac{b - c}{d - e}$ $b = ?$, $c = ?$, $d = ?$, $e = ?$

g) $M = \frac{a}{b} \sqrt{N - n}$ $a = ?$, $b = ?$, $N = ?$, $n = ?$

h) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ $a = ?$, $b = ?$, $c = ?$

i) $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ $m_2 = ?$

Exercice 23

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ -4x - 5y = -7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ \frac{x+3}{x-2} = \frac{y+2}{y+1} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 12x + 11y = 6 \\ -2x + 3y = 28 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2(x + y) = 5 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2}{2+8y} = \frac{4}{2+x} \\ \frac{3}{3-12y} = \frac{14}{2-x} \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x-1}{x+15} = \frac{y-6}{y+2} \\ \frac{x-3}{x} = \frac{y-4}{y-1} \end{cases}$

Exercice 24

Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3y + z = -8 \\ 3x - 5z = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 53 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 11 \\ 2x - 2y - z = 5 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y + z = 2 \\ ax + by = 2a \\ (a - b)x + (a + b)y = (a + b)z \end{cases}$$

Exercice 25

Résoudre les inéquations suivantes et représenter leur ensemble de solutions sur une droite.

$$\text{a) } -3(x + 1) \geq 2(x - 2)$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{5} - \frac{x+1}{3} < 3$$

$$\text{c) } \frac{3+2x}{6} - \frac{3+x}{8} < 0$$

$$\text{d) } \frac{3x}{4} < \frac{3x-4}{5} - x$$

$$\text{e) } x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 2x - 1 - \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{3}$$

Exercice 26

Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} 2(4x + 1) \geq 5x + 8 \\ 2(3x + 2) > (3x - 10) \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4 - 3(x - 5) > 31 \\ 1 - 2(x + \frac{5}{8}) < \frac{15}{4} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{5x-4}{3} - \frac{x+2}{6} \geq \frac{x+9}{2} \\ \frac{4x-7}{4} > 3 - \frac{9-5x}{8} \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x - 8 \geq 5x + 13 \\ 4x - 23 \geq 10 + x \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 6x - 10 \geq 8(x - 1) \\ -x + 1 \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{2x-7}{4} - \frac{x+1}{8} > \frac{x-5}{2} \\ \frac{3x-14}{12} + \frac{3x-2}{2} > \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

1M niv.2

Ensembles.
Calculs dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.**Exercice 27**

Réduire l'écriture des expressions :

a) $(-3)^2 + 3^2 - 3^0 =$

h) $(a \cdot 3b)^3 \cdot 3a \cdot b^{-3} =$

b) $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot a \cdot b \cdot b^0 =$

i) $2t^4 \cdot (-z)^{-3} \cdot (t \cdot 2z)^3 =$

c) $x^2 \cdot y \cdot z \cdot x \cdot y^3 \cdot (-z)^2 =$

j) $\left(\frac{2r^3}{s}\right)\left(\frac{s}{r^3}\right)^3 =$

d) $\frac{2}{5}a \cdot b \cdot 5a^2 \cdot (-b^4) =$

k) $\left(\frac{u^2}{2v}\right)^{-3} =$

e) $(a \cdot 2a)^3 \cdot (3a \cdot b)^2 =$

l) $\frac{8x^3y^{-5}}{4x^{-1}y^2} =$

f) $a^{-2} \cdot (3a)^2 =$

m) $\frac{(6x^3)^2}{(-2x^2)^3} =$

g) $2x^{-2} \cdot (3x)^2 \cdot x^0 =$

Exercice 28Mettre les racines suivantes sous la forme $a^{\frac{n}{m}}\sqrt[n]{b}$:

$\sqrt{50} =$

$\sqrt[3]{54} =$

$\sqrt[3]{-108} =$

$\sqrt{72} =$

$\sqrt[5]{x^7} =$

$\sqrt{3^2 2^4} =$

$\sqrt{98} =$

$\sqrt[4]{16x^5} =$

$\sqrt{10}\sqrt{5^3 3}\sqrt{2^3 3} =$

Exercice 29

Ecrire les expressions suivantes avec un exposant rationnel :

Indication : $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n$

exposant rationnel radical

$\sqrt[4]{x^3} =$

$\sqrt[3]{(a+b)^2} =$

$\sqrt[3]{a^{-2}} =$

$\sqrt[4]{a^8 + b^2} =$

$\sqrt[5]{32u^2} =$

$\sqrt[3]{r^3 - s^3} =$

1M niv.2

Ensembles.
Calculs dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Exercice 30

Ecrire les expressions suivantes avec un radical :

$$4x^{\frac{3}{2}} =$$

$$4a^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2}a^{\frac{1}{2}} =$$

$$8y^{\frac{1}{2}} =$$

$$\left(\frac{-v^{\frac{3}{2}}}{y^{\frac{2}{3}}} \right)^3 =$$

$$(8y)^{\frac{1}{3}} =$$

$$\frac{(x^6 y^3)^{\frac{1}{2}}}{(x^4 y^2)^{\frac{1}{3}}} =$$

Exercice 31

Simplifier :

$$\sqrt[3]{\frac{2x^4 y^4}{27x}} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{8x^3}{y^4}} \sqrt[5]{\frac{4x^4}{y^2}} =$$

$$\sqrt[4]{x^5(y-1)^6} =$$

$$\frac{\sqrt{12x^4 y}}{\sqrt{3x^2 y^5}} =$$

$$\sqrt[3]{(a+2b)^3} =$$

$$\sqrt{5xy^7} \sqrt{10x^3 y^3} =$$