

Travail écrit N°4

Analyse combinatoire & Probabilités - 90min

Points obtenus	Points totaux	Note
	31	

Prénom :

Exercice 1. Analyse combinatoire (~20-25 min)

10 points

a) Nous avons 15 médicaments et nous voulons tester leur compatibilité en groupe de 4. Combien y a-t-il de groupes différents à tester ?

b) Lors d'une animation de mariage, 4 couples mariés doivent s'asseoir sur une rangée de 8 chaises. De combien de manières peuvent-ils le faire si chaque couple doit rester l'un à côté de l'autre ?

c) Huit nouveaux professeurs vont être envoyés dans 4 écoles différentes.

1) Combien y a-t-il d'affectations possibles ?

2) Et si chaque école doit recevoir 2 enseignants ?

d) William aimerait découvrir durant chacune des 3 prochaines années l'un des 51 pays d'Europe (un pays différent par année). De combien de manières différentes peut-il organiser ses prochains voyages ?

Exercice 2. (~15 min)

0.5/5 points

Une famille de 3 enfants est choisie au hasard. Nous considérons alors les événements suivants :

A : « il y a au plus une fille » et B : « il y a des enfants des deux sexes »

a) Décrivez l'événement $\overline{A} \cap \overline{B}$.

b) Les événements $\overline{B} \setminus A$ et $\overline{A} \cap B$ sont-ils incompatibles ? Justifiez votre réponse.

c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.

Exercice 3. (~ 45 min)**13 points**

En sortant d'une certaine chaîne de montage, 15% des voitures sont défectueuses. Toutes les voitures sortant de cette chaîne de montage sont acheminées vers le service du contrôle final, où travaillent deux techniciens, A et B. Ensuite, chaque voiture est contrôlée une seule fois. Le technicien A détecte 90% des voitures défectueuses, alors que le technicien B ne détecte que 80% de ces dernières.

- a) Quelle est la probabilité qu'il y ait une seule voiture défectueuse parmi 10 voitures sortant de la chaîne de montage ?
- b) Le technicien A contrôle une voiture. Quelle est la probabilité que cette voiture soit défectueuse et que la défectuosité soit détectée ?
- c) Arrivant bientôt à la fin de sa journée de travail, le technicien A décide de contrôler encore des voitures jusqu'à ce qu'il en détecte une qui soit défectueuse. Quelle est la probabilité qu'il doive contrôler encore 5 voitures ?
- d) Combien de voitures au minimum le technicien A doit-il contrôler pour que la probabilité qu'il détecte au moins une voiture défectueuse dépasse 95% ?
- e) Les techniciens A et B contrôlent chacun une voiture différente. Quelle est la probabilité qu'ils ne détectent aucune défectuosité ?

On admet pour la suite du problème que chaque voiture a la même probabilité d'être contrôlée par le technicien A que par le technicien B.

- ✓ f) Quelle est la probabilité qu'une voiture qui est défectueuse ne soit pas détectée lors d'un contrôle ?
- ✓ g) Sachant qu'une certaine voiture est défectueuse et qu'elle n'a pas été détectée, calculer la probabilité que la voiture en question ait été contrôlée par le technicien B.

Exercice 4. ($\sim 5-10$ min)**3 points**

Dans une région où il pleut en moyenne un jour sur 5, le Club de Rugby des Montagnes gagne 7 fois sur 10 par temps sec et 4 fois sur 10 sous la pluie. Quelle est la probabilité qu'il ait plu un jour où cette équipe a gagné ?