

3MG08

PROBABILITÉS

TE 5 45'

Un point pour la présentation, la propreté et la rigueur dans l'écriture de vos solutions.

EXERCICE 1 (~ 3 pts)

PRÉNOM :

Deux chapeaux contiennent des cartes. Le chapeau A contient 8 coeurs et 5 piques; le chapeau B contient 4 coeurs et 8 piques. Un chapeau est sélectionné au hasard puis une carte en est extraite. Trouver la probabilité que :

- La carte soit un coeur.
- Le chapeau A ait été sélectionné sachant que la carte est un coeur.

EXERCICE 2 (~ 5 pts)

On désigne par X une variable aléatoire continue. La densité de probabilité de la variable X est donnée par la fonction

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{x^3} & \text{si } x \in [1; \infty[\end{cases}$$

- Montrer que f est une densité de probabilité.
- Calculer $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 4)$.
- Calculer la moyenne de cette variable aléatoire.

EXERCICE 3 (~ 11 pts)

Alexandre et Bernard font du tir à l'arc. Quand Alexandre tire une flèche, la probabilité qu'elle atteigne la cible vaut $\frac{7}{10}$, alors que pour Bernard, moins expérimenté, cette probabilité vaut $\frac{2}{10}$.

- Alexandre tire 3 flèches. Quelle est la probabilité qu'aucune d'entre elles n'atteigne la cible?
- Alexandre tire 3 flèches. Quelle est la probabilité qu'une seule flèche atteigne la cible?
- Alexandre tire 2 flèches. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois que la cible est atteinte. Que vaut $\mathbb{E}(X^2)$?
- Combien de flèches, au minimum, Alexandre doit-il tirer, s'il veut que la probabilité d'atteindre la cible au moins une fois dépasse $\frac{999}{1000}$?
- Alexandre et Bernard tirent chacun une flèche. Quelle est la probabilité qu'une seule flèche atteigne la cible ?
- Alexandre et Bernard ont tiré chacun une flèche et la cible a été atteinte par une seule des deux flèches. Quelle est la probabilité que ce soit la flèche d'Alexandre ?