

MATHEMATIQUES

Série B

Problème 1 3.0 points

On considère un cylindre circulaire droit engendré par la rotation du triangle rectangle ABC autour du côté AB .

On a $OA = OC = 1$ unité. Le croquis n'est pas à l'échelle.

L'angle α est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ radians.

Le volume d'un cylindre circulaire droit de rayon r et de hauteur h est égal à $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

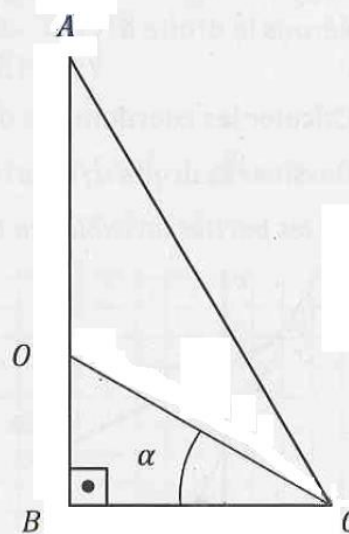
a) Montrer que le volume est égal à

$$V(\alpha) = \frac{1}{3}\pi \cos^2(\alpha) \cdot (1 + \sin(\alpha)).$$

b) Montrer en détail que $V'(\alpha) = 0$ conduit à

$$\cos(\alpha) (-3 \sin^2(\alpha) - 2 \sin(\alpha) + 1) = 0.$$

c) Calculer la valeur de α pour laquelle le volume est maximum.

**Problème 2** 3.0 points

On considère les points $A(5; 3; \dots)$ et $B(17; -13; \dots)$.

Le point M se trouve au quart du segment AB depuis B et à distance 7 du point $P(12; -6; 0)$.

Calculer les coordonnées de M .

Il y a deux points possibles pour M , n'en donner qu'un seul.

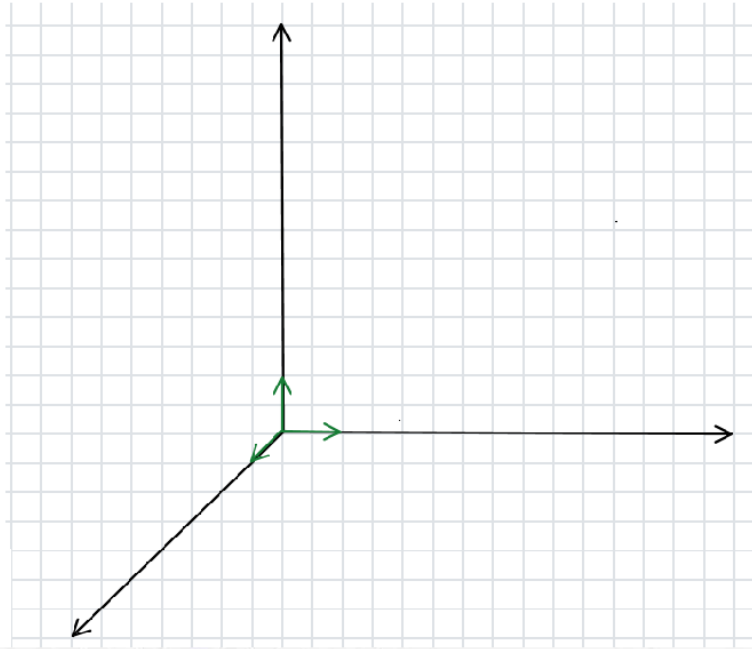
Voir au dos

Problème 3 2.0 points

Considérons la droite d :
$$\begin{cases} x = 8 + 2\lambda \\ y = -9 - 3\lambda \\ z = 15 + 3\lambda \end{cases}$$

- a) Calculer les coordonnées des traces de d dans le sol et le mur.
- b) Dessiner la droite d , sa projection d_1 sur le sol et la trace P de d dans la paroi.

Dessiner les parties invisibles en traitillé.

**Problème 4** 2.0 points

On considère le plan π déterminé par les points $(8; 0; 0)$, $(0; 8; 0)$ et $(0; 0; 8)$.

- a) Dessiner les traces de π
- b) Le point $A(3; \dots; \dots)$ est sur la trace π dans la paroi. Dessiner le point A .
- c) La droite d passe par A , est parallèle au mur (plan Oxy) et contenue dans π .
Dessiner d , sa trace S dans le sol et sa projection d_1 dans le sol.

Dessiner les parties invisibles en traitillé.

