

**MATHEMATIQUES****Série B****Problème 1** 3.0 points

On considère un cylindre circulaire droit engendré par la rotation du triangle rectangle  $ABC$  autour du côté  $AB$ .

On a  $OA = OC = 1$  unité. Le croquis n'est pas à l'échelle.

L'angle  $\alpha$  est compris entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$  radians.

Le volume d'un cylindre circulaire droit de rayon  $r$  et

de hauteur  $h$  est égal à  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

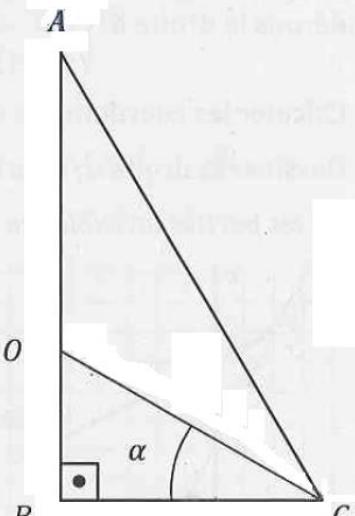
- a) Montrer que le volume est égal à

$$V(\alpha) = \frac{1}{3}\pi \cos^2(\alpha) \cdot (1 + \sin(\alpha)).$$

- b) Montrer en détail que  $V'(\alpha) = 0$  conduit à

$$\cos(\alpha)(-3\sin^2(\alpha) - 2\sin(\alpha) + 1) = 0.$$

- c) Calculer la valeur de  $\alpha$  pour laquelle le volume est maximum.

**Problème 2** 3.0 points

On considère les points  $A(5; 3; \dots)$  et  $B(17; -13; \dots)$ .

Le point  $M$  se trouve au quart du segment  $AB$  depuis  $B$  et à distance 7 du point  $P(12; -6; 0)$ .

Calculer les coordonnées de  $M$ .

Il y a deux points possibles pour  $M$ , n'en donner qu'un seul.

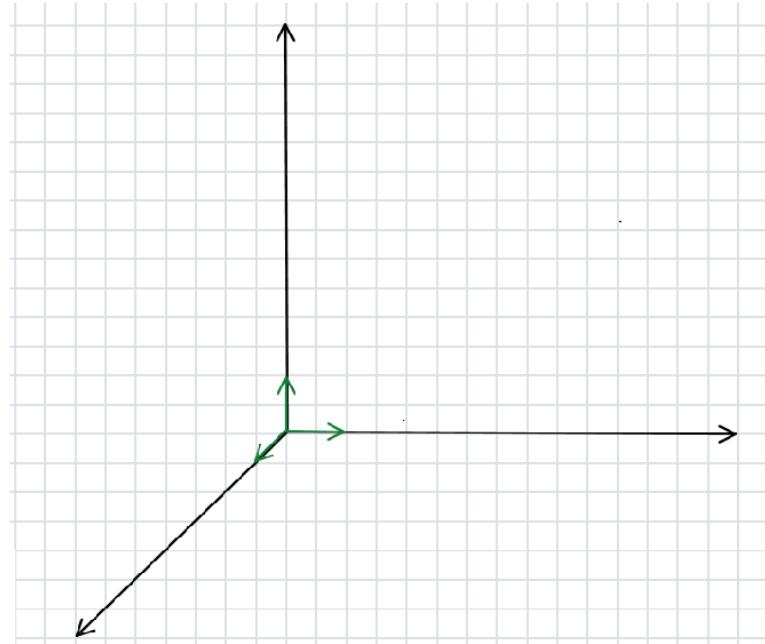
**Voir au dos**

**Problème 3** 2.0 points

Considérons la droite  $d$ :  $\begin{cases} x = 8 + 2\lambda \\ y = -9 - 3\lambda \\ z = 15 + 3\lambda \end{cases}$

- Calculer les coordonnées des traces de  $d$  dans le sol et le mur.
- Dessiner la droite  $d$ , sa projection  $d_1$  sur le sol et la trace  $P$  de  $d$  dans la paroi.

*Dessiner les parties invisibles en traitillé.*

**Problème 4** 2.0 points

On considère le plan  $\pi$  déterminé par les points  $(8; 0; 0)$ ,  $(0; 8; 0)$  et  $(0; 0; 8)$ .

- Dessiner les traces de  $\pi$
- Le point  $A(3; \dots; \dots)$  est sur la trace  $\pi$  dans la paroi. Dessiner le point  $A$ .
- La droite  $d$  passe par  $A$ , est parallèle au mur ( $plan Oxy$ ) et contenue dans  $\pi$ .  
Dessiner  $d$ , sa trace  $S$  dans le sol et sa projection  $d_1$  dans le sol.

*Dessiner les parties invisibles en traitillé.*

