LDDR – Niveau I : Géométrie Plane

Notion de vecteur

Exercice 1 :

Soient $A = (1\,;3)$, $B = (-4\,;3)$, $C = (-1\,;-8)$, $D = (4\,;-5)$, $E = (x\,;-9)$ et $F = (-3\,;y)$ des points dans $\mathbb{R}^2$ et le vecteur $\vec{v} = \binom{2}{-5}$.

1. Donner les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CD}$, et $\overrightarrow{BD}$.
2. Déterminer les coordonnées du point G telles que $\vec{v} = \overrightarrow{AG}$.
3. (Dessiner deux représentants du vecteur $\vec{v}$.) ?
4. Déterminer les nombres réels x et y sachant que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AG}$.

Exercice 2 :

Soient $\vec{a} = \binom{5}{-3}, \vec{b} = \binom{4}{-4}$ et $\vec{c} = \binom{2}{0}$ trois vecteurs de l'espace vectoriel V_2.

1. Donner les composantes des vecteurs $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$, et $\vec{s} = \vec{c} + \vec{b}$.
2. Représenter graphiquement les vecteurs, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{v}$, et $\vec{s}$, puis vérifier graphiquement les additions vectorielles du point 1.

Exercice 3 :

Soit $\vec{a} = \binom{4}{12}$ un vecteur dans $\mathbb{R}^2$.

1. Donner les composantes des vecteurs $\vec{u} = 2\vec{a}$, $\vec{v} = \overrightarrow{-5a}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{0.25a}$.
2. Représenter graphiquement les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

Exercice 4 :

On considère les vecteurs $\vec{a} = \binom{2}{4}$, $\vec{b} = \binom{3}{-9}$ et $\vec{c} = \binom{12}{-6}$.

Déterminer les nombres réels α et β tels que $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$.

Exercice 5 :

On considère des points A, B, C, D et E. Exprimer plus simplement les vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$
2. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB}$
3. $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$
4. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB}$
5. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$
6. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

Exercice 6 :

On donne trois vecteurs, $\vec{a}, \vec{b}$ et $\vec{c}$.

Représenter les vecteurs suivants : $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{z} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{t} = 2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Exercice 7 :

Exprimer le vecteur $\vec{c}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans les cas suivants.

1. $\vec{a} = \binom{2}{0}$, $\vec{b} = \binom{1}{2}$ et $\vec{c} = \binom{8}{4}$
2. $\vec{a} = \binom{2}{1}$, $\vec{b} = \binom{6}{3}$ et $\vec{c} = \binom{1}{7}$

Exercice 8 :

Déterminer m pour que les vecteurs $\vec{a} = \binom{5}{5}$ et $\vec{b} = \binom{m^2+1}{m+2}$ soient colinéaires.

Exercice 10 : .

Utiliser des déterminants pour trouver parmi les vecteurs suivants lesquels sont colinéaires.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} {}^{21}\!/_{2} \\ -15 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} {}^{-7}\!/_{12} \\ {}^{5}\!/_{6} \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} {}^{8}\!/_{3} \\ -4 \end{pmatrix}$$

Exercice 11 :

On considère les points $A(-5;3), B(6;1), C(0;2), D(7;7), E(-3;-5)$ et $F(-6;0)$.

1. Représenter les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$, puis déterminer leurs composantes.
2. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CD}$.
3. Déterminer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{EF}$.
4. Déterminer les coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PF}$.

Exercice 12 :

On considère les points $A(6;1), B(1;5)$ et $C(-4;1)$. Déterminer les coordonnées du point D de sorte que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 13 :

Soient $A(-3;1)$ et $B(6;5)$ des points. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment $[AB]$.

Exercice 14 :

On considère les points $A(-4;2), B(1;3)$ et $C(2;5)$. Calculer les coordonnées des milieux des côtés du triangles ABC et celles du barycentre.

Exercice 15 :

Trouver les coordonnées du 3^e sommet d'un triangle ABC dont on donne 2 sommets et le centre de gravité G.

1) $B(-2;6)$ $G(3;4)$ $A(6;-1)$

2) $C(-7;-22)$ $G(-1;-4)$

Exercice 16 :

Montrer que le centre de gravité d'un triangle ABC est donné par

$$G = \left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3} ; \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$$

Exercice 17 :

Soit le triangle ABC de sommet $A(-2;3)$ $B(4;-1)$ $C(2;3)$

1) Déterminer les coordonnées des sommets du triangle diminué $A'B'C'$ (A' est le milieu de BC, B est le milieu de AC, C est le milieu de AB)

2) Déterminer le centre de gravité G du triangle ABC et le centre de gravité G' du triangle $A'B'C'$