LJP : TE 6 – Geometrie - Solutions

Lycée Jean-Piaget — **1M5**
ESCN — **Mathématiques**
Nom : .... — **TE n. 4**
Prénom : .... — **tot. /34**

*La calculatrice **est** autorisée. **Rédigez le travail au stylo.** Les détails de vos calculs sont **exigés**. Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.*

Exercice 1

(7 POINTS) Soit : $A(3;-10)$ et $\vec{v}=\binom{13}{-4}$. Déterminez :

1. une équation paramétrique vectorielle de la droite **d passant par A et parallèle à $\vec{v}$** ;

(1)

$$\binom{x}{y}=\binom{3}{-10}+\binom{13}{-4}\lambda \qquad \lambda\in\mathbb{R}$$

2. un couple d'équations paramétriques algébriques de la même droite **d** ;

(1)

$$\begin{cases} x=3+13\lambda \\ y=-10-4\lambda \end{cases} \qquad \lambda\in\mathbb{R}$$

3. si le point $B\left(\frac{-4}{3};\frac{-26}{3}\right)$ appartient à la droite **d** ;

(2)

$$\begin{cases} -\frac{4}{3}=3+13\lambda \\ -\frac{26}{3}=-10-4\lambda \end{cases} ; \quad \begin{cases} -4=9+39\lambda \\ -26=-30-12\lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} 39\lambda=-13 \\ 12\lambda=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda=-1/3 \\ \lambda=-1/3 \end{cases} \text{ oui}$$

$B\in d$

4. la valeur réelle de k afin que $R(2-k;3k+1)$ soit un point de la droite **d**.

(3)

$$\begin{cases} 2-k=3+13\lambda \\ 3k+1=-10-4\lambda \end{cases} ; \quad \begin{cases} 13\lambda+k=-1 \\ 4\lambda+3k=-11 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 39\lambda+3k=-3 \\ 4\lambda+3k=-11 \end{cases} \qquad 35\lambda=8 \Rightarrow \begin{cases} \lambda=8/35 \\ k=-1-13\lambda \end{cases}$$

$\lambda=8/35$

$$k=-1-13\cdot\frac{8}{35}=\frac{-35-104}{35}=-\frac{139}{35}$$

Exercice 2

(4 POINTS) Réduisez au maximum :

(1) 1. $\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{YZ}+\overrightarrow{ZA}=\overrightarrow{XA}$

(1) 2. $\overrightarrow{KR}-\overrightarrow{KD}+\overrightarrow{RT}-\overrightarrow{ST}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{KR}+\overrightarrow{RT}+\overrightarrow{TS}+\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{0}$

(1) 3. $5\overrightarrow{AC}+8\overrightarrow{AB}-10\overrightarrow{BC}=5\overrightarrow{AC}+10\overrightarrow{CB}+8\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{CB}+8\overrightarrow{AB}=$

$=13\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{CB}=5\overrightarrow{AC}+8\overrightarrow{AB}$.

(1) 4. $\overrightarrow{PR}+7\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{RT}+7\overrightarrow{LK}=\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{RT}+7\overrightarrow{0}=\overrightarrow{PT}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{PT}$.

Exercice 3

(7 POINTS) Soit :

$$d_1:\begin{cases}x=3+\alpha\\ y=\frac{1}{2}-\alpha\end{cases} \qquad \text{et} \qquad d_2:\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ \frac{2}{3}\end{pmatrix}+\alpha\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

1. Écrivez un vecteur directeur de d_1 et un vecteur directeur de d_2.
2. Indiquez si les droites données sont parallèles ou pas. Expliquez aussi pourquoi.
3. Déterminez par calculs les coordonnées exactes de l'éventuel point d'intersection des deux droites données.

1) $\vec{v}_1=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ (1) ; $\vec{v}_2=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ (0,5)

2) $d_1 \not\parallel d_2$ car $\vec{v}_1 \not\parallel \vec{v}_2$

(0,5) d'ailleurs $\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{vmatrix}=2\neq 0$. (1)

3) $\begin{cases}3+\alpha=1+2\beta\\ \frac{1}{2}-\alpha=\frac{2}{3}+0\beta\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{7}{2}=\frac{5}{3}+2\beta\\ \alpha=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\end{cases}$; $\begin{cases}2\beta=\frac{21-10}{6}=\frac{11}{6}\\ \alpha=-\frac{1}{6}\end{cases}$

$\begin{cases}\alpha=-1/6\\ \beta=\frac{11}{12}\end{cases}$ $(d_2)\begin{cases}x=1+2\beta=1+\frac{11}{6}=\frac{17}{6}\\ y=2/3\end{cases}$ $P\left(\frac{17}{6};\frac{2}{3}\right)$

Exercice 4

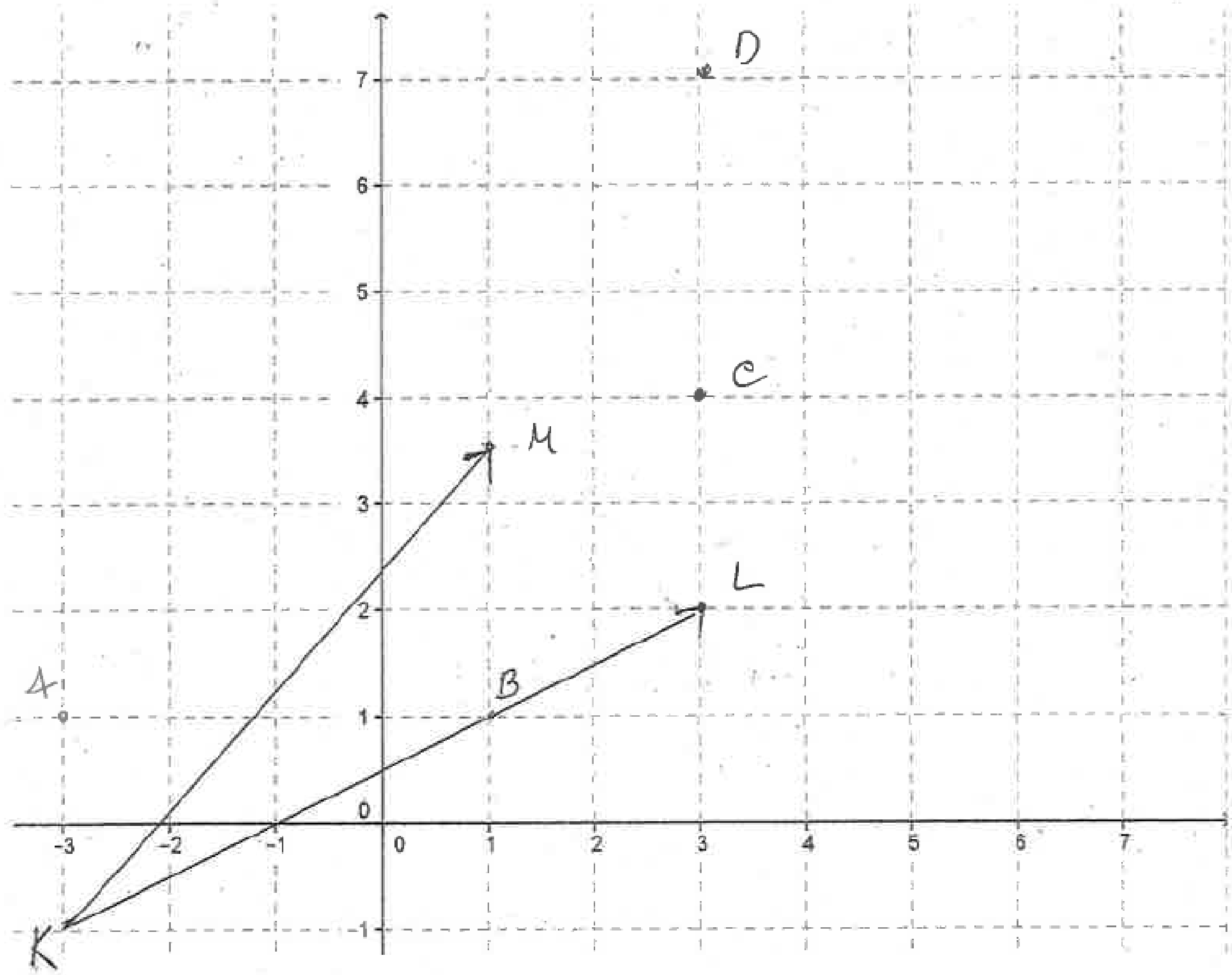
(10 POINTS) Soit : $A(-3;1)$; $B(1;1)$; $C(3;4)$; $D(3;7)$; K$(-3;-1)$ et la base constituée par les vecteurs : $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{BC}$.

2 2

Dessinez les vecteurs : $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$ et $\overrightarrow{KM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{e_1} + \frac{3}{2}\overrightarrow{e_2}$.

Par rapport à la base donnée, déterminez les composantes exactes des vecteurs:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 1 $\quad$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 2 $\quad$ $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 2 $\quad$ $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1



Exercice 5

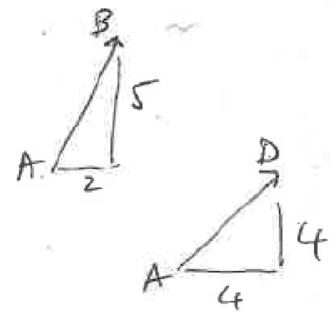
(6 POINTS) Soit ABCD un parallélogramme où : $\overrightarrow{AB} = \binom{5}{2}$ et $\overrightarrow{AD} = \binom{4}{4}$.

a) Calculez-en :

1. l'aire

2

$$a = \det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 20 - 8 = 12u^2$$



2. le périmètre.

3

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{29}$$

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$p = 2\sqrt{29} + 8\sqrt{2}$$

b) Combien vaut l'aire du triangle ABD ?

1

$$a(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{1}{2}a = \frac{12u^2}{2} = 6u^2$$