Chapitre 1 – Révisions

Exercice 1 : Soient les fonctions : $f(x) = 3x + 2$ $\quad g(x) = x^2 - 1$

Calculer :

(i) $(g \circ f)(5)$ (ii) $(f \circ g)(x)$ (iii) $(g \circ f)(x)$ (iv) $(g \circ g)(8)$ (v) $f^{-1}(x)$ (vi) $g^{-1}(x)$

Exercice 2 : Considérer la fonction $p: x \mapsto p(x) = y = 3x^2 + x - 4$ dont le graphe est une parabole.

(i) L'écrire sous sa forme factorisée et sous sa « forme sommet ».

(ii) Son ensemble de définition est $D = \mathbb{R}$. Calculer son ensemble des images $p(D)$.

(iii) Trouver par calculs les points d'intersections entre le graphe de p et la droite d'équation $y = -2x - 20$.

(iv) Faire de même pour les intersections entre le graphe de p et la droite identité ($y = x$).

Exercice 3 : Construire les tableaux de signes des 4 fonctions suivantes :

$$f_1: y = \frac{1}{4}x - 20 \qquad f_2: y = \frac{5}{-x}$$

$$f_3: y = \frac{x+1}{-x+2} \qquad f_4: y = (2x^2 + 6x - 20)x^3$$

Exercice 4 : Pour chacune des fonctions suivantes :

(i) trouver l'ensemble de définition ;

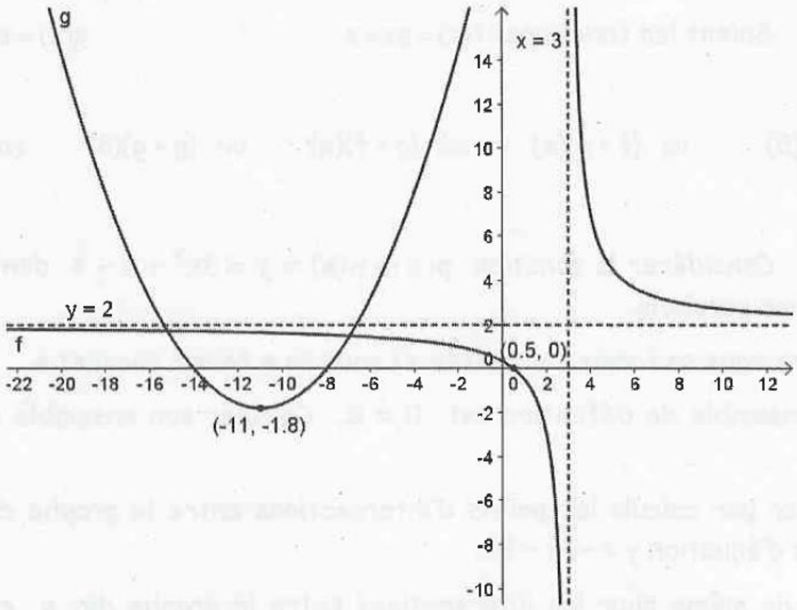
(ii) calculer les intersections du graphe avec les axes Ox et Oy ;

(iii) faire un tableau de signes, un tableau de valeurs et dessiner le graphe.

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x \qquad f_2(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} \qquad f_3(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$f_4(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} \qquad f_5(x) = \frac{1}{\sin(x)} \quad \text{sur } D =]\,0\,;\,\pi\,[$$

Exercice 5 : Retrouver l'expression fonctionnelle correspondant aux deux graphes dessinés ci-dessous.



(f est une fonction homographique et le graphe de g est une parabole)

Exercice 6 : Voici une fonction homographique, donnée d'une façon très détaillée :

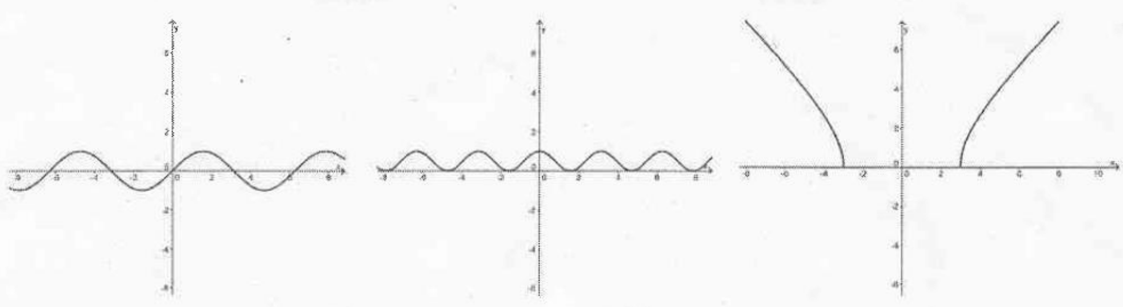
$$f: \quad \mathbb{R}\backslash\{-2\} \rightarrow \mathbb{R}\backslash\{-3\}$$
$$x \mapsto f(x) = y = \frac{6x+1}{-2x-4}$$

(i) S'assurer de **<u>complètement</u>** comprendre la notation ci-dessus, dans ses moindres détails.

(ii) Faire le tableau de signes, tracer le graphe de la fonction (attention aux asymptotes !) et contrôler la cohérence.

Exercice 7 : Pour les trois fonctions suivantes, trouver le graphe qui leur appartient puis donner l'ensemble de définition et l'ensemble des images.

i. $y = \sqrt{x^2-9}$ ii. $y = \sin(x)$ iii. $y = \cos^2(x)$



Exercices Supplémentaires

Exercice 9 : Avec les deux fonctions suivantes, $f(x) = 2x + 3$ *et* $g(x) = x^2$

calculer : $(g \circ f)(3)$, $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$, $(f \circ f)(5)$, $f^{-1}(s)$, $g^{-1}(t)$.

Exercice 10 : Considérer la parabole $p : x \underset{\text{factorisée}}{\longmapsto} p(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{15}{2}$.

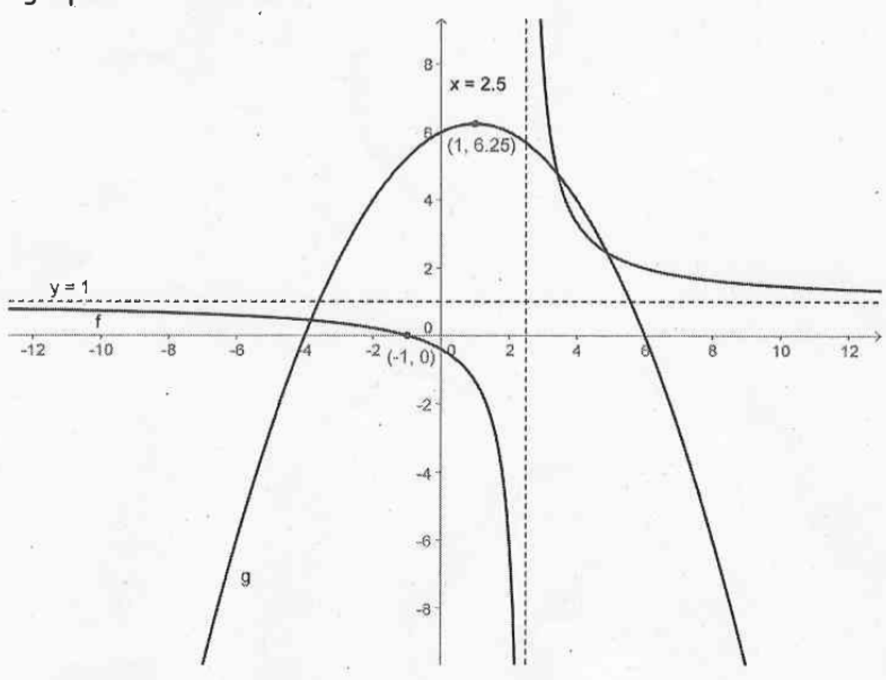
1. L'écrire sous sa « forme produit ».
2. Trouver les coordonnées du sommet.
3. Donner son ensemble de définition et son ensemble des images.
4. Faire le tableau de signes puis un tableau de valeurs.
5. Représenter graphiquement la fonction.
6. Représenter sur le même graphe la droite $d: y = x + 5$.
7. Calculer les points d'intersections entre la droite d et la parabole p.
8. Faire de même avec la droite identité.

Exercice 11 : Considérer la fonction homographique

$$f : \mathbb{R}\backslash\{3\} \longmapsto \mathbb{R}\backslash\{4\}$$
$$x \longmapsto \frac{4x+2}{x-3}$$

Faire le tableau de signes et tracer le graphe de cette fonction, sans oublier les asymptotes.

Exercice 12 : Retrouver l'expression fonctionnelle correspondant aux deux graphes ci-dessous.



Exercice 8 : Considérer la fonction $f: x \longmapsto y = 3x^2 - 6x - 24$ avec $D = \mathbb{R}$.

Cette fonction est une ______________________________ .

i. Représenter graphiquement la fonction à l'aide d'un tableau de valeurs.

ii. Trouver le ou les zéro(s) de la fonction graphiquement puis par calculs.

Où se trouvent les zéros dans le cas général $y = ax^2 + bx + c$?

iii. Faire le tableau de signes de la fonction.

iv. Trouver les coordonnées du sommet de la fonction graphiquement puis par calculs.

Où se trouve le sommet dans le cas général $y = ax^2 + bx + c$?

v. Représenter sur le graphe puis donner l'équation de l'axe de symétrie de la fonction.

vi. $f^{-1}(x)$ existe ? Si oui, donner l'équation, si non, justifier pourquoi.

vii. Réécrire cette fonction sous sa forme « produit » : $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.