

LDDR – Niveau 2: TE 26 Algèbre Linéaire- Equ.Diff

MATHEMATIQUES

Série B

Problème 1 2.5 points

Dans V_3 muni de la base standard $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, on considère l'application linéaire T donnée par

sa matrice $M = \begin{pmatrix} 4 & b & -6 \\ -2 & c & d \\ a & 8 & -24 \end{pmatrix}$. Le noyau $N(T)$ de T est un plan π .

- Trouver a, b, c et d , puis décrire précisément l'image $R(T)$ de T .
- Trouver l'équation du plan π et donner une base de ce plan.

Problème 2 2.0 points

Dans V_3 muni de la base standard $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, on considère la rotation f donnée par la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \\ -m & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Calculer la valeur de m .
- Trouver un vecteur parallèle à l'axe de rotation et calculer l'angle de rotation.

Problème 3 1.5 points

Dans V_3 muni de la base standard $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, on considère la symétrie planaire suivie d'une rotation dont la matrice est

$$M = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 6 & 17 & -6 \\ 1 & 6 & 18 \\ -18 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

Trouver l'équation du plan de la symétrie.

Problème 4 2.0 points

Dans V_3 muni de la base standard $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, on considère l'application linéaire f de matrice

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

On considère l'affinité associée à f et qui laisse fixe l'origine.

Trouver l'équation de l'image du plan π : $x + y - z - 1 = 0$.

Problème 5 2.0 points

Résoudre l'équation différentielle $5xy^4y' + 3 = 0$ où $y = y(x)$.

En déduire la solution telle que $y(e^{-3}) = 2$.

