# LDDR – Niveau 2: TE 24 Probabilités-Induction-Algèbre Linéaire

**MATHEMATIQUES** **Série B**

**Problème 1** 3.0 points

Une boite contient 7 boules rouges et 3 boules noires. On tire au hasard des boules de la boite, en remettant la boule tirée dans la boite avant de tirer la boule suivante.

a) On tire 12 boules. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 3 boules noires.

b) Calculer le nombre minimum de boules qu'il faut tirer pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule noire soit supérieure à 0.999.

c) On ajoute 5 boules vertes dans la boite. On tire 12 boules. Calculer la probabilité d'obtenir au plus 4 boules noires et autant de boules vertes que de boules rouges.

**Problème 2** 3.0 points

Considérons la fonction $f$ définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^{-4}$.

Montrer par induction que la $n$-ième dérivée de $f$ est

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n}{12} \cdot (n+3)! \cdot x^{-n-4}$$

Une rédaction claire est demandée.

**Problème 3** 2.0 points

Dans $V_3$ relativement à la base standard, on considère les vecteurs

$$\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

a) Montrer que $(\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3})$ est une base de $V_3$.

b) Calculer les composantes de $\vec{v}$ dans la base $(\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3})$.

**Problème 4** 1.0 point

Dans $V_3$ muni de la base standard, on considère le sous-espace $W$ d'équation $x + y - 5z = 0$.

Trouver une base de $W$.

**Problème 5** 1.0 point

Dans $V_3$ muni de la base standard, pourquoi l'ensemble des vecteurs $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tels que $x + y + z + 1 = 0$ n'est-il pas un sous-espace ?