

Travail écrit de mathématiques

Ensembles, calcul littéral

Série B1

Consignes :

- Lire attentivement les consignes et les questions.
- Durée du TE : 90 min.
- Ecrire proprement au crayon ou au stylo (bleu ou noir).
- Calculatrice et formulaires et tables sont autorisés.
- Toute tricherie manifestée ou prouvée lors du TE équivaut à la note 1.
- Ecrire tous les détails et justifications de vos solutions (sauf pour l'exercice 1, 4 et le point 3 de l'exercice 5 !).
- Résoudre les exercices 1, 4 et le point 3 de l'exercice 5 directement sur ce document.
- Résoudre sur des feuilles séparées les exercices 2, 3 et 5.

Exercice 1 :

/2.5pts

Pour chaque question, une seule des propositions est vraie. Cocher la solution exacte.

1. Parmi les égalités suivantes, laquelle est juste?

- $]-\infty; 1[\cap]0; \infty[= [0; 1[$
- $]-\infty; 1[\cap]0; \infty[= [0; 1]$
- $]-\infty; 1[\cap]0; \infty[=]0; 1[$
- $]-\infty; 1[\cap]0; \infty[=]0; 1]$

2. L'ensemble $A = \{x : x > 1\}$ est égal à

- $]-\infty; 1[$
- $]1; \infty[$
- $[1; \infty[$
- $]-\infty; 1]$

3. Parmi les expressions suivantes, laquelle n'est pas un monôme?

- $2x^2$
- -6
- $-3x^{9-2}$
- $4x^{-2}$

4. Parmi les phrases suivantes, laquelle est correcte?

- Un ensemble appartient à un élément.
- Un sous-ensemble est inclus dans un ensemble.
- Un élément est inclus dans un ensemble.
- Un sous-ensemble appartient à un ensemble.

5. Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste?

- $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$
- $\sqrt{49} \subset \mathbb{Z}$
- $\mathbb{R} \cap \mathbb{N} = \mathbb{Q}$
- $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$

Exercice 2 :

/10 pts

1. Calculer, réduire et ordonner.

- a. $-(x-5)^2(x-1) =$
- b. $-3x^2 - 3x^3(x-3) =$
- c. $x^2 - 2x + 3x^3 - \frac{1}{2} - 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 + \frac{3}{4} =$

2. Mettre en évidence le plus de termes possibles.

- a. $ax + bx + ay + by =$
- b. $3a^4b^3 - 12b^2a^3 =$
- c. $(x-2y)(a-b) - (b-a)(2x+y) =$

3. Factoriser à l'aide des identités remarquables.

- a. $x^2 + 10x + 25 =$
- b. $x^2 - x + \frac{1}{4} =$
- c. $x^2 - 100 =$
- d. $4x^2y^2 - 20xy + 25 =$

4. Simplifier au maximum les expressions suivantes.

a. $\frac{2x}{x+3} + \frac{x}{2x-5} =$

b. $\frac{12ax^2 + 18a^2x}{9a^2 + 12ax + 4x^2} =$

Exercice 3 :

/8pts

Résoudre les équations suivantes.

1. $5x - 4 = 2(x - 2)$
2. $\frac{2x-9}{4} = 2 + \frac{x}{12}$
3. $5x + 5(x + 1) = 20$
4. $3x - 2(3 - x) = 3x - 2$
5. $2x^2 + 5x = x^2 - 6$
6. $x(3x - 6) = 2x(x - 3)$
7. $(x - 4)(-2x - 3) + 4x = 2x(x - 3)$
8. $3x + 4 = 5 + 3x$

Exercice 4 :

/2.5pts

Compléter par un des symboles adéquat suivants $\in, \notin, \subset, \not\subset, =, \neq, \cap, \cup, \setminus$
Il est autorisé d'utiliser plusieurs fois le même symbole.

- a) $-33 \dots \mathbb{N}$
- b) $\{3;4;5;6;7\} \dots \{6;7;8;9\} = \{6;7\}$
- c) $\mathbb{N} \dots \{1;2;3;4;...\} = 0$
- d) $\{3;4;5;6;7\} \dots \{5;6;7;8;9\} = \{3;4\}$
- e) $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$

Exercice 5 :**/7pts**Soient A , B et C des ensembles définis de la façon suivante :

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, n \leq 4\}$$

$$B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 13\}$$

1. Enumérer en détails les ensembles A et C .
2. Déterminer : $A \cap B$; $A \cup C$; $B \cap C$ et $(A \setminus C) \cap (A \setminus B)$
3. Représenter dans le diagramme de Venn ci-dessous les ensembles A , B et C .

