

Un point pour la présentation, la propreté et la rigueur dans l'écriture de vos solutions.

**EXERCICE 1** ( ~ 10 pts )

PRÉNOM :

On considère le plan  $\alpha : y + z - 2 = 0$  et le plan  $\beta : 3y + 4z - 4 = 0$ .

- Déterminer l'équation cartésienne de la sphère  $\Sigma$  de centre  $C(1; 0; 0)$  et tangente au plan  $\alpha$ . Donner les coordonnées du point de contact  $T$  entre la sphère et le plan  $\alpha$ .
- Calculer les coordonnées du point  $U$  de la sphère qui est le plus éloigné de  $T$ .
- Déterminer les coordonnées du centre  $Q$  et le rayon  $\rho$  du cercle  $\Gamma$  d'intersection de la sphère  $\Sigma$  avec le plan  $\beta$ .

**EXERCICE 2** ( ~ 6 pts )

On donne deux sphères  $s_1 : (x+1)^2 + y^2 + (z-5)^2 = 1$  et  $s_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 6y + 2z - 29 = 0$ .

- Calculer la distance entre les centres des 2 sphères  $s_1$  et  $s_2$  et expliquer pourquoi les sphères sont tangentes. Faire un schéma de la situation.
- Calculer le point de contact  $T$  entre les deux sphères.

**EXERCICE 3** ( ~ 10 pts )

On considère le triangle de sommets  $A(2; 3; 2)$ ,  $B(-2; 3; 6)$  et  $C(6; -5; 2)$ , ainsi que le plan  $\pi : 2x + y + 2z - 7 = 0$ .

- Avec deux couleurs différentes, représenter sur le quadrillage au verso de la donnée
  - le plan  $\pi$
  - la droite  $d$  constituée des points de  $\pi$  dont la cote (hauteur) vaut 2.
- Trouver des équations paramétriques de la droite  $d$ . Justifier votre réponse.
- Vérifier par calcul que la droite  $d$  passe par les points  $D(20; -37; 2)$  et  $E(-10; 23; 2)$ .

Si des équations paramétriques de  $d$  n'ont pas pu être trouvées au point b), considérer pour la suite la droite  $d$  qui passe par les points  $D$  et  $E$  données ci-dessus.

- Trouver l'équation d'une sphère  $S$  centrée sur la droite  $d$  et qui est tangente à la fois au mur et à la paroi. Combien y a-t-il de sphères possibles ?