

## Nombres complexes 2

13.09.2016

Toutes vos réponses doivent être justifiées ; les détails des calculs sont exigés !

**Problème**

On considère la fonction  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $z \mapsto f(z) = az + b$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres complexes.

- a) Trouver  $a$  et  $b$  sachant que  $z_0 = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$  est fixe et que  $f(i) = 0$ .

Pour la suite du problème poser :

$$f(z) = (-1 + i)z + (1 + i)$$

- b) Interpréter géométriquement la fonction  $f$ .

Dans le plan de Gauss, on considère un trapèze de sommets :

$$z_1 = -3, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad z_3 = 4 + i \text{ et } z_4 = -2 - 2i$$

- c) Dessiner le trapèze, vérifier qu'il est bien rectangle.  
 d) Calculer son aire et l'aire de l'image par  $f$  du trapèze.  
 e) On pose  $z = x + yi$  et  $w = f(z) = u + vi$ . Exprimer  $u$  puis  $v$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

Pour la suite du problème poser :

$$u = -x - y + 1 \quad \text{et} \quad v = x - y + 1$$

- f) Quelle est l'image par  $f$  de l'axe réel ?  
 g) Donner l'image par  $f$  de la droite d'équation  $d : 2x - y + 1 = 0$ .

**Bon travail !**

**Owocnej pracy !**