

Nombres complexes 2

13.09.2016

Toutes vos réponses doivent être justifiées ; les détails des calculs sont exigés !

Problème

On considère la fonction $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto f(z) = az + b$, où a et b sont des nombres complexes.

a) Trouver a et b sachant que $z_0 = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ est fixe et que $f(i) = 0$.

Pour la suite du problème poser :

$$f(z) = (-1 + i)z + (1 + i)$$

b) Interpréter géométriquement la fonction f .

Dans le plan de Gauss, on considère un trapèze de sommets :

$$z_1 = -3, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 4 + i \text{ et } z_4 = -2 - 2i$$

c) Dessiner le trapèze, vérifier qu'il est bien rectangle.

d) Calculer son aire et l'aire de l'image par f du trapèze.

e) On pose $z = x + yi$ et $w = f(z) = u + vi$. Exprimer u puis v en fonction de x et y .

Pour la suite du problème poser :

$$u = -x - y + 1 \quad \text{et} \quad v = x - y + 1$$

f) Quelle est l'image par f de l'axe réel ?

g) Donner l'image par f de la droite d'équation d : $2x - y + 1 = 0$.

Bon travail !

Owocnej pracy !