

LDDR – Niveau 2 : TE 15 – Algèbre Linéaire

Exercice 1

Dans V_3 muni d'une base orthonormée $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ (base canonique), on donne une application linéaire f par sa matrice $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

On donne également le polynôme caractéristique de f , $P(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2$.

- Trouver une base propre orthogonale de f et donner la matrice de f dans cette base.
- Donner une interprétation géométrique précise de l'application f .

On considère encore l'application linéaire g dont la matrice dans la base canonique est $G = \frac{1}{3}F - I$ où I est la matrice identité.

- Vérifier que la matrice G est orthogonale.
- Donner une interprétation géométrique précise de l'application g .
- Sans faire de calculs supplémentaires, donner une interprétation géométrique précise de l'application $-g$.