

LJP : TE 37 Combinatoire - solutions

3M - Mathématiques

Nom : *Ex 125*

Travail Ecrit

Algèbre des ensembles et analyse combinatoire *3,5 → 6*

May 5

	Sans répétitions	Avec répétitions (ou avec remise)
Arrangement	$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$	n^k
Permutation	$P_n = n!$	$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$
Combinaison	$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	

Indication : Réfléchissez bien au contexte, il peut y avoir des pièges.

Rappel : $A^c = \bar{A}$ c'est la même chose !

Durée : 1 période

Matériel autorisé : Calculatrice et formulaire

Exercice 1 : Déterminer le nombre de permutations formées avec les lettres des mots suivants :

a. TABLETTE $\frac{8!}{3!2!} = 3360$ *(1,5)*

b. SOIF $4! = 24$ *(1)*

Exercice 2 : Combien de nombres de cinq chiffres peut-on former avec les chiffres 1 et 2 ?

$$2^5 = 32$$
 (1,5)

Exercice 3 : Pour mettre sur pied le voyage d'étude d'une classe de 20 élèves, comprenant 9 filles, 6 organisateurs doivent être choisis parmi les élèves :

a. Combien y a-t-il de possibilités ?

$$C_6^{20} = 38760$$
 (1,5)

b. Combien de possibilités seront-elles seulement composées de filles ?

$$C_6^9 = 84$$
 (1,5)

c. Combien de possibilités seront-elles mixtes ?

$$\begin{aligned}
 & C_5^9 C_1^{11} + C_6^9 C_2^{11} + C_3^9 C_3^{11} + C_2^9 C_4^{11} + C_1^9 C_5^{11} \\
 & = 126 \cdot 11 + 126 \cdot 55 + 84 \cdot 165 + 36 \cdot 330 + 9 \cdot 462 \\
 & = 38214
 \end{aligned}$$

Exercice 4 : Une fille a quatre jupes et six chemisiers. Combien de combinaisons différentes «jupe et chemisier» peut-elle porter ?

$$4 \cdot 6 = 24 \quad (1)$$

Exercice 5 : Un étudiant possède, parmi ses livres, 5 livres de maths, 3 livres d'histoire et 8 livres en allemand. De combien de manières peuvent-ils être rangés sur une étagère si les livres traitant de la même matière sont placés les uns à côté des autres.

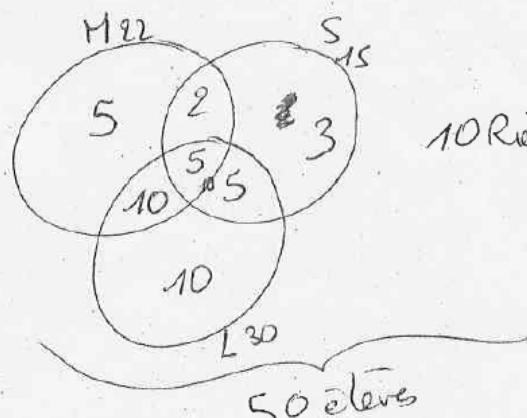
$$5! \cdot 3! \cdot 8! \cdot 3! = 174182400 \quad (2)$$

Exercice 6 : De combien de manières 10 personnes peuvent-elles s'asseoir sur un banc de 4 places ?

$$A_4^{10} = 5040 \quad (3)$$

Exercice 7 : Dans une population de lycéens de 50 élèves, 22 font de la musique, 15 font du sport, 30 aiment lire, et 5 élèves font du sport de la musique et aiment lire. On sait aussi qu'il n'y a que deux élèves qui font seulement du sport et de la musique et que 10 élèves en tout lisent et font du sport. Finalement 5 élèves font seulement de la musique.

- Faire un diagramme de Venn. Attention il y a un piège !
- Combien d'élèves ne font ni de la musique, ni du sport ni de la lecture ?



b)

$$\frac{10}{3} \quad (4)$$

Exercice 8 : Soit l'univers composé des éléments suivants $U = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

a. Déterminer l'ensemble A comme l'ensemble des nombres pairs.

$$A = \{2; 4\}$$

(1)

b. Déterminer l'ensemble B comme l'ensemble des nombres impairs.

$$B = \{1; 3; 5\}$$

(1)

c. Déterminer $\text{card}(A)$ et $\text{card}(B)$

$$\text{card}(A) = 2 \quad (1) \quad \text{card}(B) = 3 \quad (1)$$

d. Soit $C = \{1; 2; 3\}$, déterminer les ensembles $A \cap C; C \cup B; B^c \cap C$ et $(C \cup B)^c$

$$A \cap C = \{2\}$$

(1)

$$C \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

(1)

$$B^c \cap C = \{2\}$$

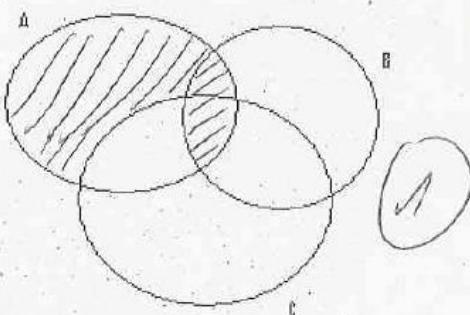
(1)

$$(C \cup B)^c = \{4\}$$

(1)

Exercice 9 : Hachuez les ensembles suivants :

1- $(A \cap B) \cup (A \cap C^c)$



2- $A \cap (B^c \cap C)$

