LJP : TE 15 Geometrie plan - solutions

Lycée Jean-Piaget ESND
Mathématiques
Nom : ....
Prénom : ....

CORRIGE'

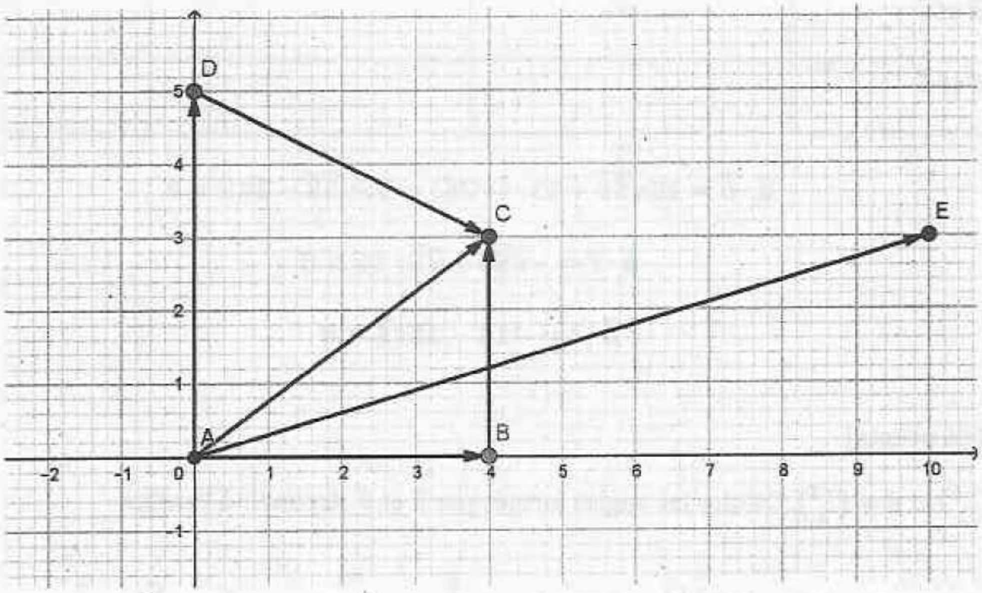
2M12
TE n. 5

tot. /56

Rédigez ce travail au stylo. La calculatrice est autorisée. Les détails de vos calculs sont exigés. Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (12 Points)

Soit les vecteurs représentés ci-dessous :



Calculez la valeur de :

1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \cdot 0 = 0$
2. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 4 \cdot 4 = 16$
3. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AD} = 5 \cdot 3 = 15$
4. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 \cdot 3 = 9$
5. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} = \binom{10}{3} \cdot \binom{-4}{2} = -40 + 6 = -34$
6. $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 4 \cdot 4 = 16$

(8)

7. la norme exacte de la projection de $\overrightarrow{AC}$ sur la direction de $\overrightarrow{AE}$.

(4)

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = \left\| \left(\overrightarrow{AC}\right)_{proj} \right\| \cdot \|\overrightarrow{AE}\| \Rightarrow \binom{4}{3} \cdot \binom{10}{3} = x \cdot \sqrt{100+9} \Rightarrow 40 + 9 = x \cdot \sqrt{109} \Rightarrow x = \frac{49}{\sqrt{109}}$

Exercice 2 (6 Points)

Soit les vecteurs : $\vec{a} = \begin{pmatrix} \sqrt{55} \\ 11 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} 15 \\ -25 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}$.

Faites les calculs nécessaires et complétez le tableau suivant :

vecteurs	**Angle formé par les vecteurs**		
	aigu	**droit**	**obtus**
$\vec{a}$ **et** $\vec{b}$			✓
$\vec{a}$ **et** $\vec{c}$	✓		
$\vec{c}$ **et** $\vec{b}$			✓

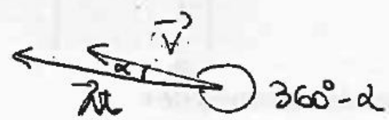
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 15\sqrt{55} + 11\cdot(-25) = 15\sqrt{55} - 275 < 0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{c} = -\sqrt{55} + \sqrt{5}\cdot 11 > 0$$

$$\vec{b}\cdot\vec{c} = -15 - 25\sqrt{5} < 0$$

Exercice 3 (6 points)

Soit : $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Caluler les angles formés par $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Arrondir à l'entier.



$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\cdot\cos\alpha$$

$$15+4 = \sqrt{29}\cdot\sqrt{13}\cdot\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{19}{\sqrt{29\cdot 13}} \Rightarrow \alpha = 12°$$, l'autre angle est $360° - 12° = 348°$

Exercice 4 (16 points)

Soit les points $R(8;-2); S(1;-1); T(-6;\alpha),\ \alpha \in \mathbb{R}$ et la droite $d: 3x - 4y - 7 = 0$.

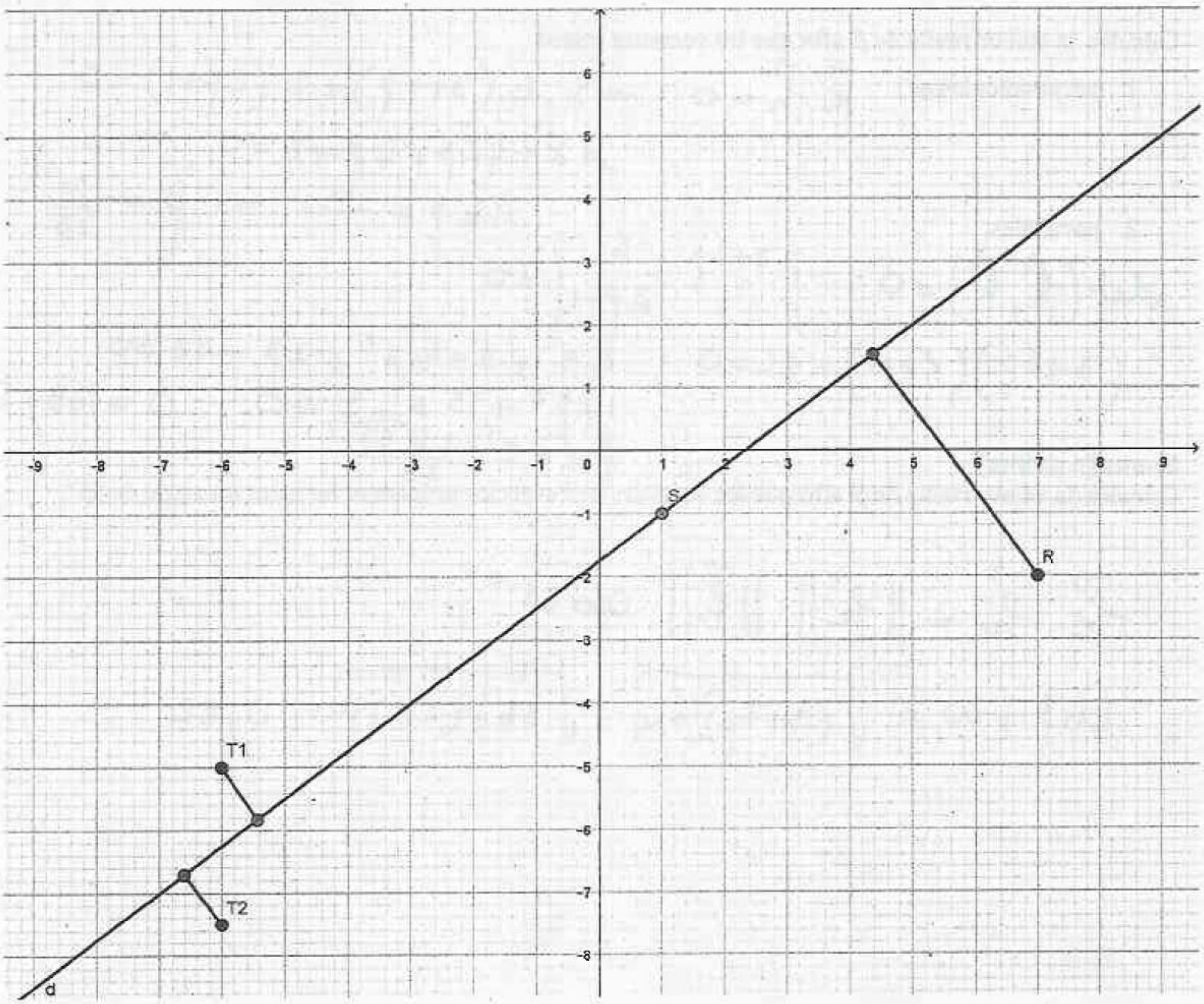
I. Donnez l'équation hessienne de d. $\dfrac{3x-4y-7}{\sqrt{9+16}} = 0 \Rightarrow \dfrac{3x-4y-7}{5} = 0$

II. Calculez les distances :

1. $\delta(R,d) = \dfrac{24+8-7}{5} = \dfrac{25}{5} = 5$
2. $\delta(S,d) = \dfrac{3+4-7}{5} = 0 \Rightarrow S \ . \ d$

III. Calculez les valeurs de α afin que $\delta(T,d) = 1$.

IV. Représentez graphiquement la situation. Montrez clairement les points donnés et ceux déterminés ainsi que à quoi correspondent les distances calculées.



III $\dfrac{|-18-4\alpha-7|}{5} = 1$; $|-25-4\alpha| = 5 \Rightarrow$ soit $-25-4\alpha = 5$

$\alpha = \dfrac{30}{-4} = -15/2$

soit $25+4\alpha = 5 \Rightarrow \alpha = \dfrac{-20}{4} = -5$

Sol : $\alpha = -\frac{15}{2}$ ou $\alpha = -5$

$\overline{\text{éq. hessienne}}\ d_2 : \dfrac{5x-7y+120}{\sqrt{25+49}} = 0$

Exercice 5 (8 points)

Soit les droites $d_1 : y = \frac{5}{7}x - 4$ et $d_2 : 5x - 7y + 9 = -111$.

1. Montrez qu'elles sont parallèles.

$d_2 :\ y = \frac{5}{7}x + \frac{9}{7} \Rightarrow m_1 = m_2 = 5/7 \Rightarrow d_1 // d_2$

2. Calculez la distance entre ces deux droites.

$P(0;-4) \quad P \in d_1 \Rightarrow \delta(d_1, d_2) = \delta(P, d_2) =$

$= \dfrac{|5 \cdot 0 - 7(-4) + 120|}{\sqrt{74}} = \dfrac{148}{\sqrt{74}}.$

Exercice 6 (8 points)

Soit $\vec{k} = \binom{3+7\beta}{2}$ et $\vec{h} = \binom{6}{2\beta+1}$; $\beta \in \mathbb{R}$.

Calculez la valeur réelle de β afin que les vecteurs soient :

1. perpendiculaires ; $\vec{k} \cdot \vec{h} = 0 \Rightarrow 6(3+7\beta) + 2(2\beta+1) = 0$

$18 + 42\beta + 4\beta + 2 = 0$

$46\beta = -20 \Rightarrow \beta = -\frac{10}{23}$

2. parallèles.

$\det(\vec{k}; \vec{h}) = 0 \quad \begin{vmatrix} 3+7\beta & 6 \\ 2 & 2\beta+1 \end{vmatrix} = 0$

$(3+7\beta)(2\beta+1) - 12 = 0 \ ; \quad 6\beta + 3 + 14\beta^2 + 7\beta - 12 = 0$

$14\beta^2 + 13\beta - 9 = 0 \qquad \Delta = 169 + 504$

$\beta_{1,2} = \dfrac{-13 \pm \sqrt{673}}{28}$

Bonus (6 points)

Calculez la valeur réelle de β afin que les vecteurs de l'exercice précédent forment un angle de 35°.

$\vec{k} \cdot \vec{h} = \|\vec{k}\| \cdot \|\vec{h}\| \cdot \cos 35°$

$46\beta + 20 \cong \sqrt{(3+7\beta)^2 + 4} \cdot \sqrt{36 + (2\beta+1)^2} \cdot 0{,}82$

....