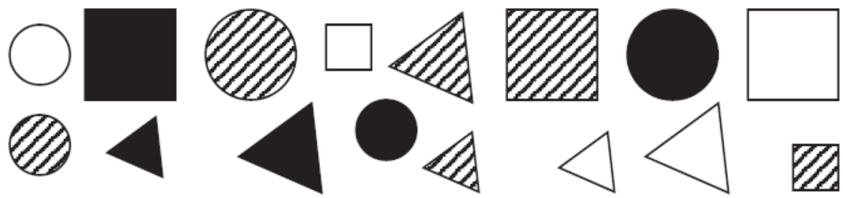
Exercices (Arbres de classements)

1) On lance une pièce de monnaie et on s'arrête dès qu'on a obtenu trois fois le même côté.

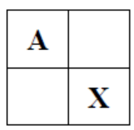
Construire un arbre de classement représentant cette situation. Combien y a-t-il d'issues ?

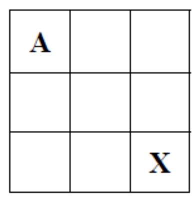
2) Observer les figures ci-dessous. Faire une liste des critères qui les différencient et décrire à l'aide d'un arbre de classement toutes les possibilités. Quelles figures manquent sur le dessin ?



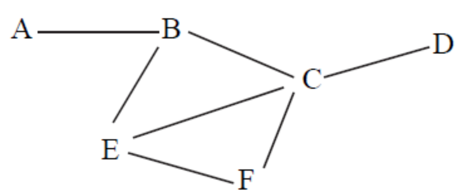
3) On désire se rendre de la case **A** à la case **X**. Les seuls déplacements autorisés sont des déplacements d'une case vers la droite (D) ou d'une case vers le bas (B).

Combien y a-t-il de chemins différents allant de la case **A** à la case **X** ?





4) Le diagramme ci-dessous représente des îles : A, B, C, D, E et F. Certaines d'entre elles sont reliées par des ponts. Un touriste part de l'île A et va d'île en île. Il s'arrête pour déjeuner lorsqu'il ne peut plus continuer sans repasser sur un pont qu'il a déjà traversé lors de sa promenade. Quel est le nombre de chemins différents qu'il peut prendre avant de déjeuner ?



Exercices (Principe de décomposition)

5) **a)** Avec les chiffres *2, 3, 5, 6, 7, 9* combien peut-on avoir de nombres de 3 chiffres ? (avec et sans répétition)

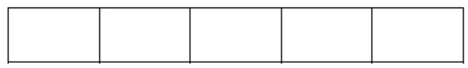
b) Parmi ceux-ci, combien sont inférieurs à 400 ? (avec et sans répétition)

c) Parmi ceux-ci, combien sont pairs ? (avec et sans répétition)

d) Parmi ceux-ci, combien sont impairs ? (avec et sans répétition)

e) Parmi ceux-ci, combien sont multiples de 5 ? (avec et sans répétition)

6) Cette bande, partagée en 5 cases, doit être coloriée (case par case) et l'on dispose de 8 couleurs.



De combien de manières peut-on procéder si deux cases adjacentes doivent être de couleurs différentes ?

7) **a)** Combien y a-t-il d'issues possibles lorsqu'on lance trois dés à 6 faces ?

b) On lance trois dés à 6 faces. Combien y a-t-il d'issues possibles qui comportent :

i) une seule fois la face $\boxed{1}$.

ii) deux fois la face $\boxed{1}$.

iii) trois fois la face $\boxed{1}$.

iv) au moins une fois la face $\boxed{1}$.

v) aucune face $\boxed{1}$.

8) Douze joueurs d'échec participent à un tournoi dans lequel chaque joueur joue une fois contre chacun des autres joueurs. Combien y a-t-il de parties disputées ?

Indication : commencer par un tournoi avec 3 joueurs puis avec 4 joueurs, etc.

Exercices (Notation factorielle)

9) **a)** Simplifier et calculer les expressions suivantes :

i) $3!\cdot 4$ **ii)** $\dfrac{7!}{6!}$ **iii)** $\dfrac{20!}{18!}$ **iv)** $\dfrac{8!}{7!\cdot 4!}$

v) $\dfrac{100!}{98!}$ **vi)** $\dfrac{1}{4!}-\dfrac{1}{5!}$ **vii)** $\dfrac{20!}{(20-4)!}$ **viii)** $\dfrac{24!}{(24-4)!\,4!}$

b) Simplifier les expressions suivantes :

i) $(n-1)!\cdot n$ **ii)** $\dfrac{n!}{(n-1)!}$ **iii)** $\dfrac{(n+2)!}{(n-1)!}$ **iv)** $\dfrac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$

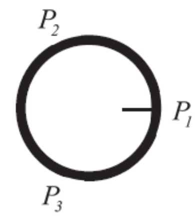
Exercices (Permutations)

10) a) Écrire, à l'aide d'un arbre de classement, toutes les permutations simples des 3 lettres distinctes : E, U *et* X .

b) Combien de « mots » différents peut-on former avec les lettres des mots suivants ? :
(Attention, les mots formés ne doivent pas forcément avoir un sens)

i) eux   **ii)** utile   **iii)** parmi

11) Soient 3 personnes : P_1, P_2 *et* P_3 .



a) De combien de manières différentes peut-on les mettre en rang ?

b) De combien de manières différentes peut-on les asseoir autour d'une table circulaire ?

c) Mêmes questions qu'en a) et b), mais avec 4 personnes.

12) a) De combien de façons, peut-on asseoir sur un banc 3 garçons et 2 filles ?

b) Même question avec la condition supplémentaire que les garçons restent ensemble et les filles aussi.
Indication : il y a deux cas disjoints.

c) Même question, mais les filles s'assoient ensemble.
Indication : il y a quatre cas disjoints.

13) Combien de « mots » différents peut-on écrire avec les lettres du mot ? :

a) arranger   **b)** rire

14) Combien de numéros de plaques différents peut-on former avec les numéros de la plaque CH 10902100.

15) a) Combien de « mots » différents peut-on écrire avec les lettres du mot : ELEVES.

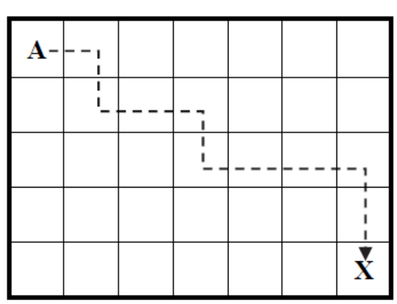
b) Combien de ces mots commencent et finissent par E ?

c) Combien sont ceux où les trois E sont adjacents ?
Indication : il y a quatre cas disjoints.

d) Combien commencent par E et se terminent par S ?

16) On désire se rendre de la case **A** à la case **X**. Les seuls déplacements autorisés sont des déplacements d'une case vers la droite (D) ou d'une case vers le bas (B).

Combien y a-t-il de chemins différents allant de la case **A** à la case **X** ?



Exemple de parcours :

DBDDBDDDBB

Exercices (Arrangements / Combinaisons)

17) a) Écrire, à l'aide d'un arbre de classement, tous les arrangements simples de *2* lettres choisies parmi *l*es *4* lettres distinctes : X, Y, Z *et* T .

Donner le nombre d'arrangements simples de *2* lettres choisies parmi *l*es *4* lettres.

b) Écrire, toutes les combinaisons simples de *2* lettres choisis parmi *l*es *4* lettres distinctes : X, Y, Z *et* T .

Donner le nombre de combinaisons simples de *2* lettres choisies parmi *l*es *4* lettres.

18) De combien de façons peut-on former une cordée de 3 hommes en les choisissant parmi 10 alpinistes ? L'ordre à une importance.

19) On doit envoyer 7 lettres distinctes, mais on ne dispose que de 4 timbres. Combien y a-t-il de choix d'envoi possibles ?

20) Il y a 8 balles numérotées de 1 à 8 dans une urne. Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former :

a) avec replacement des balles dans l'urne ? **b)** sans replacement des balles dans l'urne ?

21) Combien de comités de 3 personnes peut-on former avec 8 personnes ?

22) Combien de comités de 3 hommes et 2 femmes peut-on former avec 7 hommes et 5 femmes ?

Indication : pour créer un comité de ce type, on choisit d'abord les personnes du même sexe et ensuite les personnes de l'autre sexe.

23) Une classe compte 24 élèves. De combien de façons peut-on former 3 groupes de 8 élèves ?

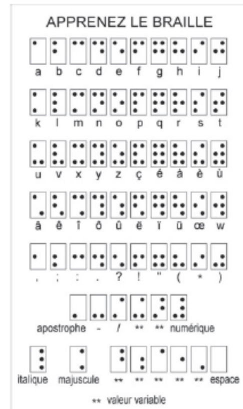
Indication : former d'abord le 1er groupe, ensuite le 2^{e} groupe et finalement le 3^{e} groupe.

24) Combien un village doit-il avoir d'habitants au minimum pour que l'on soit sûr que deux personnes au moins aient les mêmes initiales ? (initiales = 2 lettres) .

Exercices (mélangés)

Dans chaque exercice, indiquez les étapes de calculs qui font appels au principe de décomposition, aux permutations simples, permutations avec répétitions, arrangements simples, arrangements avec répétitions et combinaisons simples.

25) Dans une assiette nous avons en même temps : un toast, une tranche de pain et une biscotte. Mademoiselle Combinatoire a le choix entre quatre confitures différentes pour étaler sur une tranche de pain, un toast et une biscotte. Combien y a-t-il de possibilités différentes sachant qu'elle peut éventuellement, en plus de la confiture, les beurrer ?



26) Dans l'alphabet Braille, chaque lettre ou signe est représenté par 6 points au maximum. Les points étant en relief.

Combien de signes distincts peut-on ainsi composer ?

27) Un questionnaire comprend 8 questions auxquelles il faut répondre par oui ou par non.

Combien peut-on donner de réponses différentes avec 4 oui et 4 non ?

28) Le code de la porte d'entrée de votre immeuble est composé de 4 chiffres (pas forcément distincts) suivis d'une lettre. Exemple : ***3 4 3 6 A***

Combien de possibilités le concierge a-t-il pour choisir un code d'entrée ?

1	**2**	**3**
4	**5**	**6**
7	**8**	**9**
A	**0**	**B**

29) Un jeu de 36 cartes est composé de la façon suivante :
il y a 4 familles (♣ , ♦ , ♥ , ♠) de 9 cartes chacune (A , R , D , V , 10 , 9 , 8 , 7 , 6) ;
♦ et ♥ sont des cartes rouges, ♣ et ♠ sont des cartes noires.

Au jass (jeu de 36 cartes), chaque joueur reçoit 9 cartes (quand l'on joue à 4 joueurs).

Quel est le nombre de distributions différentes pour un joueur ?

30) De combien de façons peut-on choisir 5 cartes dans un jeu de 36 cartes, de manière que ces 5 cartes contiennent :

a) les 4 as ? **b)** 3 as ? **c)** 2 as ?

d) 1 as ? **e)** 0 as ? **f)** 2 as et 2 rois ? **g)** au moins 1 as ?

Indication : Sur 36 cartes, 32 ne sont pas des as et 4 cartes sont des as.
Sur 36 cartes, 28 ne sont pas des rois ni des as.

31) Une entreprise pharmaceutique décide d'étiqueter tous ses produits avec un sigle composé de trois lettres de l'alphabet. L'ordre des lettres à une importance mais on peut choisir plusieurs fois la même lettre. Exemples : DFX, XDF, AAG, …..

a) Combien de sigles peut-on former avec toutes les lettres de l'alphabet ?

b) Combien de sigles peut-on former comportant une consonne et deux voyelles ?

c) Combien de sigles peut-on former comportant une consonne et deux voyelles différentes ?

Rappel : L'alphabet français comprend 26 lettres, dont 20 consonnes et 6 voyelles.

32) Parmi les *arrangements simples* de 5 lettres du mot EQUATIONS,

a) Combien ne contiennent que des voyelles ?

b) Combien contiennent toutes les consonnes ?

c) Combien commencent par E et se terminent par S ?

d) Combien commencent par une consonne ?

e) Combien contiennent N ?

33) Un club de football est composé de 20 joueurs dont 3 gardiens de but. Combien d'équipes différentes de 11 joueurs dont un gardien peut-on former? (On ne tient pas compte de la place des joueurs, sauf pour les gardiens qui ne peuvent jouer que dans les buts).

34) Combien de nombres de 4 chiffres supérieurs à 3000 pouvons-nous former avec les chiffres 2,3,4,5 si la répétition des chiffres :

a) n'est pas permise ? **b)** est permise ?

35) Un étudiant doit résoudre 8 problèmes sur 10 lors d'une épreuve écrite.

a) Combien de choix différents peut-il faire ?

b) Même question en supposant qu'il doit obligatoirement résoudre :

i) les 3 premiers problèmes

ii) 4 des 5 premiers problèmes (et le reste dans les 5 derniers)

36) On jette 20 fois de suite une pièce de monnaie.

Déterminer le nombre de séquences qui contiennent exactement :

a) 1 fois pile. **b)** 2 fois pile. **c)** 3 fois pile.

d) 10 fois pile. **e)** 19 fois pile. **f)** 20 fois pile.

37) **a)** Combien de « mots » différents peut-on écrire avec toutes les lettres du mot MISSISSIPPI ?
b) Parmi ces « mots », combien commencent et se terminent par la lettre S ?

38) Pour jouer à ***l'Euro Millions***, il faut cocher 5 numéros sur une carte qui en comporte 50 et 2 numéros sur une carte qui en comporte 9.

a) Combien y a-t-il de possibilités ?

b) Parmi ces possibilités, combien permettent-elles de trouver :

i) les 5 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 50 et 2 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 9 ? (1^er prix)

ii) les 5 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 50 et 1 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 9 ? (2^ème prix)

iii) les 5 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 50 et 0 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 9 ? (3^ème prix)

iv) les 4 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 50 et 2 numéros gagnants sur une carte qui en comporte 9 ?(4^ème prix)

v) aucun numéro gagnant sur une carte qui en comporte 50 et aucun numéro gagnant sur une carte qui en comporte 9 ? (aucun prix)

c) Si on joue ***une*** grille, quelle est la ***probabilité*** (en %) d'obtenir :

i) le 1^er prix ? **ii)** le 3^ème prix? **iii)** aucun prix ?

39) De combien de façons peuvent s'asseoir 3 filles et 3 garçons dans une rangée, sachant que les filles et les garçons doivent alterner ?

40) * Soit $C_p^n = \dfrac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$ $\quad$ *avec* n *et* $p \in \mathbb{N}$ *et* $p \leq n$

Montrer que :

1) $C_0^n = C_n^n = 1$ $\qquad$ **2)** $C_p^n = C_{n-p}^n$ $\;(\,symétrie\,)$ $\qquad$ **3)** $C_p^n + C_{p+1}^n = C_{p+1}^{n+1}$

Exercice 41

Un joueur lance deux dés à 6 faces. Quelle est la probabilité :

a) que la somme des points sur la face supérieure soit de 7

b) qu'elle soit de 8

c) qu'elle soit de 10 ou plus

Exercice 42

Dans le canton d'Uri, il y a eu 200'000 immatriculations automobiles qui ont été délivrées.
Les plaques sont numérotées de 1 à 200'000. Quelle est la probabilité en rencontrant au hasard une voiture que son numéro de plaque commence par 1 ? *(réponse en %)*

Exercice 43

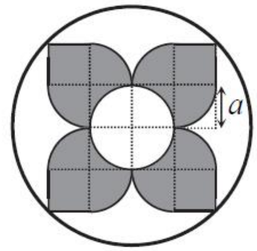
On propose à Pierre de lancer simultanément trois pièces de monnaie parfaitement symétriques de 10, 20 et 50 centimes respectivement. Il pourra conserver les pièces qui présentent le côté pile.

a) Décrire l'univers.

b) Quelle probabilité a-t-il de gagner *i)* 20 centimes ?
ii) moins de 50 centimes?
iii) plus de 20 centimes?

Exercice 44

Si une fléchette atteint le disque, quelle est la ***probabilité*** en *%* qu'elle se trouve dans la zone ombrée sachant que $a = 1$?



Exercice 45

Dans une enquête portant sur les pannes de voitures qui se sont produites au cours d'une année, on a pris en considération, pour un type de voiture déterminé, les possibilités suivantes :

A_o : il n'y a pas eu de panne; A_1 : il y a eu une panne;

A_2 : il y a eu deux pannes; A_3 : il y a eu plus de deux pannes.

Le dépouillement de l'enquête a montré que ces possibilités se sont produites respectivement 233, 310, 156 et 81 fois.

Quelle probabilité y a-t-il, pour un possesseur d'une voiture de ce type de tomber en panne dans l'année qui vient : (réponse en %)

a) moins de deux fois ? **b)** au moins une fois ?

Exercice 46

Dans un chapeau, on a mis 3 billes jaunes et une bleue.
On tire, sans remise, 2 billes du chapeau.
Est-il plus probable de sortir 2 billes jaunes ou 1 bille jaune et 1 bille bleue ?
Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 47

Dans un lot de 80 vaccins, 10 sont périmés.
Si on en tire 2 au hasard, quelle est la probabilité en *%* :

a) de tirer *0* vaccin périmé ?

b) de tirer *1* vaccin périmé ?

c) de tirer *2* vaccins périmés ?

d) de tirer *au moins* un vaccin périmé ?

e) de tirer *au plus* un vaccin périmé?

Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 48

Un jeu de 36 cartes est composé de la façon suivante :

il y a 4 familles (♣ , ♦ , ♥ , ♠) de 9 cartes chacune (A , R , D , V , 10 , 9 , 8 , 7 , 6) ;
♦ et ♥ sont des cartes rouges, ♣ et ♠ sont des cartes noires.

On tire 4 cartes d'un jeu de 36 cartes.

Quelle est la probabilité d'obtenir *(réponses sous forme de pourcentage)* :

a) 4 piques ?

b) 3 cœurs ?

c) au plus 1 as ?

d) aucune cartes noires ?

e) 2 cartes noires ?

f) au moins 1 cœur ?

g) 3 cartes d'une même famille ?

h) un valet et deux rois ?

Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 49 *

Un jeu de 52 cartes est composé de la façon suivante :

il y a 4 familles (♣ , ♦ , ♥ , ♠) de 13 cartes chacune (A , R , D , V , 10 , 9 , 8 , 7 , 6 , 5, 4 , 3 , 2) ;
♦ et ♥ sont des cartes rouges, ♣ et ♠ sont des cartes noires.

On admet que les C_5^{52} *mains* (ensemble de 5 cartes sans répétitions et sans ordre) possibles au ***poker*** sont équiprobables.

Quelle est la probabilité de recevoir *les mains* suivantes dans l'ordre d'importance :
(réponse sous forme d'une fraction irréductible et avec le nombre 1 au numérateur)

a) une *quinte flush royale* (10, V, D, R, A de la même famille) ?

b) une *quinte flush* (cinq cartes consécutives de la même famille, mais pas une quinte royale ; p. ex. A ♥, 2 ♥, 3 ♥, 4 ♥, 5 ♥) ?

c) un *carré* (quatre cartes de même valeur ; p. ex. D ♠, D ♣, D ♦, D ♥, 2 ♠) ?

d) un *full*, i.e. *brelan* + *paire* (p. ex. V ♠, V ♣, V ♦, 4 ♦, 4 ♥) ?

e) un *flush* (cinq cartes de la même famille mais pas une quinte royale ou flush ; p. ex. 2 ♥, 3 ♥, 4 ♥, 9 ♥, V ♥) ?

f) une *quinte* (cinq cartes consécutives de familles variées, mais pas une quinte royale ou flush ; p. ex. 2 ♥, 3 ♣, 4 ♣, 5 ♦, 6 ♠) ?

g) un *brelan* (trois cartes de même valeur ; p. ex. A ♠, A ♣, A ♦, 5 ♦, 8 ♠) ?

h) *deux paires* (p. ex. 6 ♠, 6 ♣, 9 ♦, 9 ♠, 10 ♦) ?

i) une *paire* (deux cartes de même valeur ; p. ex. R ♠, R ♣, 7 ♦, 3 ♦, 2 ♠) ?

Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 50

Dans une localité *47 %* des habitants se déclarent adeptes de la religion *X*.
15 % des habitants de cette localité pratiquent effectivement cette religion X.

Après avoir donné une transcription ensembliste de la situation, déterminer la probabilité en % qu'en choisissant au hasard un habitant de cette localité, on se trouve en présence d'un adepte non pratiquant de la religion *X*.

Indication : utilisez les théorèmes.

Exercice 51

Le système de sécurité dans un habitacle de voiture est formé de deux composants.
Le composant A est un *airbag* (de l'anglais, littéralement « sac à air ») et le composant B, *une ceinture de sécurité* .

À la suite de tests statistiques, on sait que :

- le composant A fonctionne avec une probabilité de 0,8 ;
- le composant B fonctionne avec une probabilité de 0,7 ;
- le composant A et B sont simultanément en panne avec une probabilité de 0,1 ;
- le composant A fonctionne mais pas le composant B avec une probabilité de 0,2 ;

Après avoir donné une transcription ensembliste de la situation, déterminer la probabilité en % de chacun des événements suivants :

a) le composant A est en panne ;
b) au moins un des deux composants fonctionne ;
c) les deux composants fonctionnent ;
d) le composant B fonctionne mais pas le composant A ;
e) un seul des deux composants fonctionne ;

Indication : utilisez les théorèmes.

Exercice 52

Deux lignes téléphoniques *L1* et *L2* aboutissent à un standard.

La probabilité que la ligne *L1* soit occupée est de *70 %*.
La probabilité que la ligne *L2* soit occupée est de *50 %*.
La probabilité que les deux lignes soient occupées simultanément est de *30 %*.

Calculer la probabilité en % de chacun des événements suivants après en avoir donné une transcription ensembliste :

a) une ligne au moins est occupée ;
b) les deux lignes sont libres ;
c) une ligne seulement est occupée ;

Indication : utilisez les théorèmes.

Exercice 53

On prend au hasard 6 ampoules électriques d'un lot de 15 ampoules dont 5 sont défectueuses.

Calculer la probabilité en % de chacun des événements suivants après en avoir donné une transcription ensembliste :

a) aucune ampoule ne soit défectueuse;
b) une ampoule soit défectueuse;
c) deux ampoules soit défectueuses;
d) trois ampoules soit défectueuses;
e) au moins une ampoule soit défectueuse.
f) au moins deux ampoules soit défectueuses.

Indication : utilisez les théorèmes.

Exercice 54

Un sac contient 20 jetons. La moitié d'entre eux sont noirs, les autres blancs. Un quart des jetons portent en plus une marque spéciale. Trois d'entre eux sont noirs. On tire au hasard un jeton du sac.

Quelle est la probabilité en % que ce jeton :

a) soit noir et porte une marque ?

b) soit noir sachant qu'il porte une marque ?

c) ne porte pas de marque ?

d) ne porte pas de marque sachant qu'il est blanc ?

Exercice 55

Dans une ville imaginaire, 40 % de la population ont les cheveux bruns, 25 % ont les yeux bruns et 15 % ont les yeux et les cheveux bruns. On choisit au hasard une personne.

a) Si elle a les cheveux bruns, quelle est la probabilité qu'elle ait les yeux bruns ?

b) Si elle a les yeux bruns, quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas les cheveux bruns ?

c) Quelle est la probabilité qu'elle n'ait ni les cheveux bruns ni les yeux bruns ?

Exercice 56

Les 2000 habitants d'un village se répartissent de la manière suivante en fonction du groupe sanguin et du facteur Rhésus.

	A	B	AB	O
Rh +	*656*	*162*	*83*	*720*
Rh -	*144*	*38*	*17*	*180*

Si un habitant de ce village (suite à un accident ou lors d'une opération) à besoin d'une transfusion sanguine, quelle est la probabilité en % qu'il aie besoin :

a) de sang O et Rh + ?

b) de sang Rh – sachant qu'il a un groupe sanguin AB ?

c) de sang B et Rh - ?

d) de sang A sachant qu'il a un facteur Rh – ?

e) de facteur Rh – sachant qu'il a un sang A ?

Exercice 57

La probabilité pour les hommes d'atteindre *65* ans est de *80 %* et celle d'atteindre *80* ans est de *42 %*. Quelle est la probabilité en % pour un homme de *65* ans de vivre jusqu'à *80* ans ?

Exercice 58

On sort d'un jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire ensuite simultanément 2 cartes de ces 8 cartes. Quelle probabilité en % a-t-on de tirer :

a) deux as?

b) deux as rouges ?

c) un as au moins ?

d) deux as sachant qu'une des deux cartes au moins est un as ?

Exercice 59

On dispose de deux urnes. La première, appelée A, contient 2 boules vertes, 3 boules rouges et 5 boules jaunes. La seconde, appelée B, contient 5 boules vertes et 3 boules rouges.
On procède à l'expérience suivante. On lance un dé à 6 faces bien équilibré :

- si le nombre de points obtenu est inférieur ou égal à 2, on tire une boule de l'urne A.

- si le nombre de points obtenu est strictement supérieur à 2, on tire une boule de l'urne B.

Calculer les probabilités de : *(donner les réponses sous forme de fractions irréductibles)*

a) tirer une boule verte.

b) tirer une boule verte sachant que le nombre de points obtenu est strictement plus grand que 2.

Exercice 60

Une urne contient 3 billes rouges et 7 billes blanches. On tire une bille de l'urne et l'on remplace la bille de l'urne par une bille de l'autre couleur. Ensuite, on tire une seconde bille de l'urne.
On demande *(réponses sous forme de fractions irréductibles)* :

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au deuxième tirage, une bille rouge ?

b) Si les deux billes sont de la même couleur, quelle est la probabilité pour qu'elles soient blanches ?

c) Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge au deuxième tirage sachant qu'au premier tirage on a obtenu une bille rouge ?

Exercice 61

Trois machines A, B et C produisent respectivement $50\,\%$, $30\,\%$ et $20\,\%$ du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de pièces défectueuses produites par ces machines sont respectivement de $3\,\%$, $4\,\%$ et $5\,\%$.

a) Si l'on prend une pièce au hasard, quelle est la probabilité (en %) pour que cette pièce soit défectueuse ?

b) Si l'on prend une pièce au hasard, quelle est la probabilité (en %) pour que cette pièce soit non défectueuse ?

c) Quelle est la probabilité (en %) d'obtenir une pièce non défectueuse sachant qu'elle a été produite par la machine C.

Exercice 62

Une boîte contient 5 ampoules dont deux sont défectueuses. Les ampoules sont testées les unes après les autres jusqu'à ce que les 2 ampoules défectueuses soit trouvées.

a) Quelle est la probabilité (en %) que la recherche cesse au **deuxième** test ?

b) Quelle est la probabilité (en %) que la recherche cesse au **troisième** test ?

Indications : i) Construire un arbre.

ii) On ne remet pas dans la même boîte une ampoule testée (sans remise).

Exercice 63 (*introduction à la formule de Bayes*)

Dans une entreprise :

10 % des employés ont fait des études supérieures ;

70 % de ceux qui ont fait des études supérieures occupent un poste administratif ;

20 % de ceux qui n'ont pas fait d'études supérieures occupent un poste administratif.

a) On choisit au hasard un employé. Quelle est la probabilité (en %) qu'il occupe un poste administratif ?

b) On choisit au hasard un employé. Quelle est la probabilité (en %) qu'il occupe un poste administratif sachant qu'il a fait des études supérieures ?

c) On choisit au hasard un employé. Quelle est la probabilité (en %) qu'il aie fait des études supérieures sachant qu'il occupe un poste administratif?

Exercice 64 *

Une ***entreprise horlogère*** a mis au point un protocole pour vérifier la qualité de ses produits. Les montres qu'elle fabrique sont vendues par lots de 50 et, pour effectuer le contrôle de la qualité, on prélève *une* montre au hasard et on la teste. Si la montre est en mauvais état, on retourne la boîte au département de la production. Si la montre est en bon état on en teste une *deuxième* parmi les montres restantes et on la vérifie également. Si elle est en mauvais état, on retourne le lot, sinon on fait subir le test à une *troisième* montre également choisie au hasard parmi les montres restantes. Lorsque 3 montres choisies successivement au hasard ont subi le test avec succès, le lot est approuvé et acheminé aux distributeurs.

a) Représenter cette expérience aléatoire sous la forme d'un ***arbre***.

Indication : D_i = « la i^{ème} montre testée est défectueuse ». $\overline{D_i}$ = « la i^{ème} montre testée est en bon état ».

b) En utilisant l'arbre obtenu au point a), quelle est la probabilité en % qu'un lot de **50** montres contenant **2** montres défectueuses soit rejeté « R » ? accepté « A » ? (**3** tests)

c) En utilisant l'arbre obtenu du point a), quelle est la probabilité en % qu'un lot de **50** montres contenant **10** montres défectueuses soit rejeté « R » ? accepté « A » ? (**3** tests)

d) En utilisant l'arbre obtenu du point a), quelle est la probabilité en % qu'un lot de **50** montres contenant **25** montres défectueuses soit rejeté « R » ? accepté « A » ? (**3** tests)

e) Compléter le tableau suivant afin de comparer les résultats obtenus aux points **b)**, **c)** et **d)**.

k = nombre de montres défectueuses dans un lot (paramètre).
n = 50 (nombre de montres dans un lot).
t = 3 (nombre de montres testées dans un lot).

k/n	$P(A)$ (lot accepté)	$P(R)$ (lot rejeté)
2 / 50 = 4%	…….	…….
10 / 50 = 20 %	…….	…….
25 / 50 = 50%	…….	……..
	$P(A)$ …………si k/n ………..	$P(R)$ …………si k/n ………..

Exercice 65

Un patient arrive aux urgences pour un « mal de ventre ».

Le médecin essaie donc d'établir un diagnostic parmi plusieurs afin de choisir l'examen clinique et le traitement le plus approprié pour guérir la douleur aiguë à l'abdomen de son patient.

On estime que *50%* des patients ont une appendicite, *30%* une perforation d'ulcère et *20%* un autre diagnostic. La probabilité que le patient ait comme signe, la fièvre $\left(\geq 38{,}5^{\circ}\right)$ est respectivement de *50% , 90% et 50%* que l'on peut aussi estimer .

Supposons que le patient n'ait pas de fièvre. Le problème du médecin est celui de calculer la probabilité que le patient ait un certain diagnostic sachant qu'il n'a de fièvre. On retiendra le diagnostic qui à la plus grande probabilité.

Exercice 66

Dans un collège imaginaire, *20 %* des garçons et *45 %* des filles ont choisi l'option forte de mathématiques. De plus, dans ce collège, il y a *60 %* de filles. Si un élève est choisi au hasard dans les cours de mathématiques fortes, déterminer la probabilité en % qu'il s'agisse d'une fille ?

Exercice 67

Une compagnie d'assurance répartit ses clients en trois classes R_1, R_2 *et* R_3 : les bons risques, les risques moyens, et les mauvais risques. Les effectifs de ces trois classes représentent 20 % de la population totale pour la classe R_1 , 50 % pour la classe R_2 , et 30 % pour la classe R_3 .
Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours de l'année pour une personne de l'une de ces trois classes sont respectivement de *5 % , 15 % et 30 %* .

a) Quelle est la probabilité (en %) qu'une personne choisie au hasard dans la population ait un accident dans l'année ?

b) Si M. Dupont a eu un accident cette année, quelle est la probabilité en % qu'il soit un bon risque ?

c) Si M. Martin n'a pas eu d'accident cette année, quelle est la probabilité en % qu'il soit un bon risque ?

Exercice 68

Une usine fabrique des pièces, avec une proportion de 5 % de pièces défectueuses.

Le contrôle des fabrications est tel que :

- si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité de 96 % .

- si la pièce est mauvaise, elle est refusée avec la probabilité de 98 % .

On choisit une pièce au hasard et on la contrôle. Quelle est la probabilité :

a) qu'il y ait une erreur de contrôle ?

b) qu'une pièce soit mauvaise sachant qu'elle a été acceptée ?

Exercice 69 * (tests de dépistage)

Un laboratoire pharmaceutique propose des tests de dépistage de diverses maladies.
Son service de communication met en avant les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'une personne malade M présente un test positif T est de 99 % ;
- la probabilité qu'une personne saine $\overline{M}$ présente un test positif T est de 0,1%.

a) Pour une maladie qui vient d'apparaître, le laboratoire élabore un nouveau test.
Une étude statistique permet d'estimer que le pourcentage de personnes malades M parmi la population d'une métropole est égal à *0,1 %*. On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.

On note M l'événement « la personne choisie est malade » et l'événement T « le test est positif ».

a.1) Traduire l'énoncé sous la forme d'un arbre.

a.2) Démontrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est égale à $1{,}989 \cdot 10^{-3}$.

a.3) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

Affirmation: « Si le test est positif, il y a moins d'une chance sur deux que la personne soit malade ».

b) Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu'une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 95 %. On désigne par x la proportion de personnes atteintes d'une certaine maladie dans la population.

À partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise t'il le test correspondant ?

Exercice 70 *

Le problème de *Monty Hall* est un casse-tête probabiliste librement inspiré du jeu télévisé américain *Let's Make a Deal*. Il est simple dans son énoncé mais non intuitif dans sa résolution et c'est pourquoi on parle parfois à son sujet de paradoxe de Monty Hall. Il porte le nom de celui qui a présenté ce jeu aux États-Unis pendant treize ans, *Monty Hall*.

Voici son énoncé :

John vient de gagner la finale d'un jeu télévisé. En guise de récompense, l'animateur du jeu lui présente 3 portes et l'informe que derrière l'une d'entre elles est parquée une voiture de luxe qu'il pourra emporter s'il ouvre la bonne porte. Il lui demande d'en désigner une sans l'ouvrir.

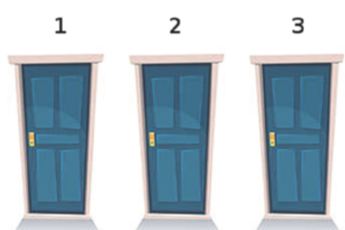
L'animateur ouvre alors l'une des 2 autres portes derrière laquelle il sait qu'il n'y a pas la voiture.

John se retrouve donc en face de 2 portes fermées, celle qu'il a choisie et une autre. L'animateur lui propose alors d'ouvrir l'une des 2 portes, soit celle qu'il avait choisie initialement, soit de changer d'avis et d'ouvrir l'autre.

John choisit de maintenir son choix et d'ouvrir la porte qu'il avait désignée initialement.

A-t-il raison ? N'aurait-il pas augmenté ses chances de gagner la voiture en changeant de choix ?

Vous pouvez réfléchir ou faire quelques parties avec un comparse qui jouera le rôle de l'animateur.



Remarque :

Ce problème est peut-être le casse-tête probabiliste le plus célèbre du 20e siècle.
Mis en lumière dans les années 90, il a valu à son auteur plus de 10'000 lettres de critiques, y compris de la part de professeurs d'université. Certains prétendaient que quelle que soit la solution choisie par le candidat, il gardait 1 chance sur 3 de gagner la voiture, d'autres que ses chances de gain étaient dans les deux cas de 1 sur 2.

Exercice 71

Une première urne contient 4 boules blanches et 4 boules noires ; une seconde contient 3 boules blanches et 6 boules noires ; enfin une troisième contient 1 boule blanche et 5 boules noires.
Si *M. Martin* tire une boule de chaque urne, quelle est la probabilité que toutes soient blanches.

Exercice 72

Un joueur lance un dé à 6 faces, trois fois. Trouver la probabilité :

a) qu'il obtienne un nombre impair à chaque lancer.

b) qu'il obtienne une seule fois un nombre impair.

c) que la somme des trois lancers soit paire.

Exercice 73 *(Introduction à la loi binomiale)*

Une pièce de monnaie dissymétrique présente en moyenne 5 fois le côté pile pour 4 fois le côté face.

Quelle probabilité y a-t-il en lançant la pièce trois fois de suite d'obtenir :

a) 3 fois pile. **b)** 2 fois pile.

c) plus de piles que de faces ? **d)** plus de faces que de piles ?

Exercice 74 *(Introduction à la loi binomiale)*

a) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de **4/10** et celle d'une fille de **6/10**, déterminer la probabilité qu'une famille de **3** enfants soit constituée de :

i) 3 filles **ii)** 2 filles **iii)** 1 fille **iv)** 0 filles

b) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de **4/10** et celle d'une fille de **6/10**, déterminer la probabilité qu'une famille de **4** enfants soit constituée de :

i) 4 filles **ii)** 3 filles **iii)** 2 filles **iv)** 1 fille **v)** 0 filles

c) Si la probabilité qu'une fille naisse est de p et celle d'un garçon de $1\text{-}p$, trouver une formule qui donne la probabilité qu'une famille de n enfants soit constituée de k filles ? $(0 \leq k \leq n)$

Indication : La représentation par arbre de classement est la bienvenue !

Exercice 75

Une pièce bien équilibrée est lancée 6 fois :

a) Quelle est la probabilité « d'avoir exactement 2 piles »?

b) Quelle est la probabilité « d'avoir au moins 4 piles »?

c) Quelle est la probabilité « d'avoir au moins 1 pile » ?

Exercice 76

Un dé à 6 faces bien équilibré est lancé 5 fois.

a) Quelle est la probabilité que n'apparaissent que des chiffres plus petit que 3 exactement 3 fois ?

b) Quelle est la probabilité que n'apparaissent que des chiffres plus grands que 2 ?

Exercice 77

Une urne contient 2 boules blanches et 3 noires. Monsieur Dupont tire *5 boules successivement* en replaçant chaque boule après l'avoir tirée.

Déterminer la probabilité en % :

a) que les 4 premières boules tirées soient blanches et la dernière soit noire.

b) qu'exactement 4 boules soient blanches.

c) qu'au moins 4 boules soient blanches.

d) qu'au moins 1 boule soit blanche.

Exercice 78

Un centre de transfusion a établi le tableau suivant donnant la répartition des principaux groupes sanguins de ses donneurs:

	O	**A**	**B**	**AB**
Rhésus +	*37 %*	*38,1 %*	*6,2 %*	*2,8 %*
Rhésus -	*7 %*	*7,2 %*	*1,2 %*	*0,5 %*

a) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit A_+ ?

b) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit O ?

c) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs aucun ne soit O - ?

d) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs quatre soient A+ ?

e) Si on convoque dix donneurs, quelle est la probabilité d'avoir au moins les trois donneurs O+ nécessaires à une opération ?

Exercice 79

On jette une pièce de monnaie trois fois.

a) Décrire l'univers Ω .

b) Décrire la variable aléatoire Y associant à chaque évènement de Ω, « le nombre de faces moins le nombre de piles ».

c) Etablir la distribution de probabilité de Y et le diagramme en bâton correspondant.

d) Déterminer *l'espérance mathématique*, *la variance* et *l'écart-type* de Y.

Exercice 80

Au lieu de corriger les travaux de ses élèves, un professeur décide de mettre les notes de la façon suivante. Pour chaque travail, il lance deux dés à 6 faces et retient, comme note pour le travail, le plus petit des deux nombres indiqués par les dés.

a) A quelle « moyenne » de classe ce professeur (imaginaire bien sûr !) peut-il s'attendre ?

b) Quel sera probablement le pourcentage de notes insuffisantes ?

c) Quelle serait la moyenne de classe s'il retenait le plus grand des deux nombres indiqués par les dés ?

Exercice 81

Une boîte contient 4 ampoules dont deux sont défectueuses. Les ampoules sont testées les unes après les autres jusqu'à ce que les 2 ampoules défectueuses soit trouvées.

On ne remet pas dans la même boîte une ampoule testée (sans remise).

Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de test nécessaire pour obtenir les deux ampoules défectueuses.

a) Calculer l'espérance mathématique de X.

b) Si une personne met *5* secondes pour faire le test d'une ampoule et qu'il vérifie 200 boîtes, combien de temps en minutes aura-t-il peut-être besoin pour obtenir toutes les ampoules défectueuses ?

Exercice 82

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique. L'éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.

On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à $0,2$; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à $0,4$; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à $0,1$.

Partie I

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel. On note :

- A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
- B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,

a) Faire un arbre récapitulant cette situation.

b) **i)** Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.

ii) Justifier que la probabilité de l'évènement B est égale à $0,16$.

Partie II

Pour chacune des personnes contactées, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue :

- *2* euros si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions ;
- *10* euros si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique ;
- *15* euros si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier ;
- *20* euros si la personne s'abonne aux deux éditions.

c) Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme reçue X par le centre d'appel pour une personne contactée.

X = Somme reçue en euro	*2*	*10*	*15*	*20*
Probabilité				

d) Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5000 lecteurs potentiels.

Exercice 83

Dans une salle de jeux un appareil comporte 4 roues, chacune portant à sa périphérie 8 images de fruits différents : ananas, bananes, cerises, dattes, fraises, groseilles, poires et raisins.
Une mise de 1 euro déclenche le fonctionnement de l'appareil pour une partie. Chacune des 4 roues affiche au hasard dans une fenêtre un de ces 8 fruits. On admettra l'équiprobabilité de tous les affichages.

a) Calculer la probabilité des évènements suivants :

E = « On obtient 4 fruits identiques »

F = « On obtient 3 fruits identiques »

G = « On obtient 4 fruits distincts »

b) Certains résultats permettent de gagner de l'argent : 50 euros pour 4 fruits identiques, 5 euros pour 3 fruits identiques, 1 euro pour 4 fruits distincts et rien pour les autres résultats.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque résultat associe le gain du joueur.

b.1) Quelle est la probabilité de l'évènement H = « obtenir un gain nul » ?

b.2) Déterminer et interpréter l'espérance mathématique de X .

b.3) Ce jeu est-il vraiment « équitable » ? Quel critère définit si un jeu est équitable ou non ?

Exercice 84

Sur la Plaine de Plainpalais, un forain propose le jeu suivant, pour 10 francs la partie :

dix enveloppes sont placées dans une corbeille, dont une contient un carton vert, deux contiennent un carton rouge et sept contiennent un carton blanc.

Le jeu consiste, après versement des 10 francs, à choisir une enveloppe au hasard dans la corbeille, à l'ouvrir et à regarder la couleur du carton.

Un carton vert donne droit à un *gros lot*, un carton rouge donne droit à un *lot simple* et un carton blanc donne droit à un *lot de consolation*. Les lots simples reviennent à 8 francs au forain, alors que les lots de consolation ne lui reviennent qu'à 3 francs.

Soit X la variable aléatoire égale au bénéfice du forain sur une partie.

Quel est le prix maximal auquel le forain peut acheter ses gros lots, s'il désire gagner en moyenne au moins 4 francs par partie ?

Exercice 85

On jette 6 fois une pièce de monnaie. Si X représente « le nombre de piles » obtenu :

a) Établir la distribution de probabilité de X et le diagramme en bâton correspondant.

b) Déterminer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

Exercice 86

Un questionnaire de type QCM est composé de 24 questions.

Pour chacune de ces questions, trois réponses sont proposées dont une seule est la bonne.

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de bonnes réponses aux 24 questions.

En répondant au hasard à ce questionnaire, combien de bonnes réponses pouvons-nous espérer ?

Exercice 87

Une entreprise de fabrication de vélos électriques possède actuellement deux chaînes de production, l'une pour des vélos « homologués 25 km/h » et l'autre pour des vélos « homologués 45 km/h ». Il arrive que les batteries des vélos fabriqués aient un défaut et dans ce cas, on dira que les vélos sont défectueux.

On sait que l'entreprise produit quotidiennement 500 vélos et que :

- 300 vélos sont du type « homologués 25 km/h »
- parmi les vélos « homologués 25 km/h », 2% sont défectueux,
- parmi les vélos « homologués 45 km/h », 96% ne présentent aucun défaut.

Toutes les réponses (probabilités) sont en %.

1) Un vélo est choisi au hasard dans la production.

On considère les évènements suivants :

- A : « le vélo est homologué 25 km/h ».
- D : « le vélo est défectueux ».

a) Donner la valeur des probabilités : $P(A)$, $P(D|A)$ *et* $P\left(\overline{D}|\overline{A}\right)$.

b) Représenter la situation par un arbre pondéré de probabilités.

c) Calculer la probabilité que le vélo soit « homologué 25 km/h » et défectueux.

d) Calculer la probabilité qu'un vélo pris au hasard soit défectueux.

e) Sachant que le vélo est défectueux, quelle est la probabilité qu'il soit « homologués 45 km/h » ?

2) On sélectionne un échantillon aléatoire de 10 vélos dans la production décrite ci-dessus.

On note X la variable aléatoire qui compte, dans cet échantillon, le nombre de vélos défectueux.

a) Préciser la loi de probabilité de X ainsi que ses paramètres.

b) Déterminer la probabilité qu'exactement un vélo soit défectueux.

c) Déterminer la probabilité qu'au moins un vélo soit défectueux.

3) On sélectionne un échantillon aléatoire de 100 vélos dans la production décrite ci-dessus.

On note Y la variable aléatoire qui compte, dans cet échantillon, le nombre de vélos défectueux.

Quel est en moyenne (espérance), le nombre de vélos défectueux ?

Exercice 88

Une compagnie de transports désire optimiser les contrôles afin de limiter l'impact des fraudes et les pertes occasionnées par cette pratique.
Cette compagnie effectue une étude basée sur deux trajets par jour pendant les 20 jours ouvrables d'un mois, soit au total 40 trajets. On admet que les contrôles sont indépendants les uns des autres et que la probabilité pour tout voyageur d'être contrôlé est égale à p.
Le prix de chaque trajet est de 10 euros ; en cas de fraude, l'amende est de 100 euros. Claude fraude systématiquement lors des 40 trajets soumis à cette étude.

Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où Claude est contrôlé durant l'étude.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Pour cette partie on suppose que $p = \frac{1}{20}$.

b.1) Calculer les probabilités suivantes : $P(X=0)$, $P(X=1)$ *et* $P(X=2)$.

b.2) Calculer la probabilité que Claude soit contrôlé au plus 2 fois.

c) Soit Z la variable aléatoire qui prend pour valeur le gain algébrique réalisé par le fraudeur.
Justifier l'égalité $Z = 400 - 100X$, puis calculer l'espérance mathématique de Z pour $p = \frac{1}{20}$.

Remarque : $E(aX+b) = a \cdot E(X) + b$

Exercice 89

Calculer les probabilités (en %) suivantes, sachant que X* suit la *loi normale centrée réduite* :

a) $P(0 \le X^* \le 1,2)$ **b)** $P(-0.68 \le X^* \le 0)$ **c)** $P(-0,46 \le X^* \le 2,21)$

d) $P(X^* \le -0.68)$ **e)** $P(X^* \ge -1,28)$

Exercice 90

On considère une variable aléatoire X^* suivant la *loi normale* $N(0;1)$.
Déterminer t pour que :

a) $P(0 \le X^* \le t) \cong 0,4236$ **b)** $P(X^* \le t) \cong 0,0655$ **c)** $P(t \le X^* \le 2) \cong 0,1$

Exercice 91

Soit X le poids d'un colis entreposé dans un hangar.

Le poids moyen de 1000 colis entreposés dans ce hangar est de *141 kg* et l'écart-type est de *15 kg*.

En supposant que ces poids sont *normalement distribués* c'est-à-dire que X suit une loi $N(141;15)$, calculer le nombre de colis :

a) entre *120 et 155 kg*. **b)** ayant plus de *185 kg*.

Exercice 92

Soit X le diamètre intérieur d'un corps de stylo.

Le diamètre intérieur moyen d'un échantillon de *200* corps de stylos est de *0,502* cm et l'écart-type moyen est de *0,005* cm. Ne peuvent être acceptées uniquement les pièces dont le diamètre est compris entre *0,496* et *0,508* cm, les autres étant considérées comme défectueuses.

Quel est alors le pourcentage de corps de stylos défectueux, sachant que X suit une loi $N(0{,}502\,;0{,}005)$?

Exercice 93

Soit X une variable aléatoire continue qui suit une *loi normale* de moyenne μ et d'écart-type σ. Autrement dit : $X \sim N(\mu;\sigma)$.

Démontrer que :

a) $P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \simeq 68\,\%$ **b)** $P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma) \simeq 95\%$

Exercice 94

Une entreprise produisant des bouteilles d'un litre de sirop ne veut pas mettre en vente des bouteilles contenant moins de *0,97 litres*. D'autre part, les bouteilles contenant plus de *1,05 litres* ne peuvent pas être fermées convenablement.

a) Le système de remplissage est réglé sur *1,0 litre* mais on sait que sa précision n'est pas absolue et que la quantité donnée à chaque bouteille suit une loi normale d'écart-type *0,2 litres et de moyenne 1 litre*.

Calculer le pourcentage de bouteilles acceptées.

b) Est-il plus avantageux de régler le système de remplissage sur *1,01* litres ?

c) L'entreprise achète un niveau système de remplissage beaucoup plus précis qui possède cette fois un écart type de *0,02 litres*. On règle le système sur *1,01 litres*.

Calculer le pourcentage de bouteilles acceptées.

Exercice 95

Une entreprise s'intéresse à l'autonomie des batteries produites pour ses smartphones.
On note X la variable aléatoire qui à chaque batterie prélevée dans la production associe sa durée d'autonomie en heures. On admet que X suit la loi normale d'espérance *40* et d'écart-type *4*.

a) Donner la durée moyenne d'autonomie d'une batterie de smartphone.

b) Calculer le pourcentage de batteries ayant une autonomie comprise entre *36* et *44* heures.

c) Déterminer le nombre réel a tel que $P(X \geq a) = 0,2$ et donner une interprétation de ce résultat par une phrase.

d) Une batterie dont l'autonomie est inférieure à *30* minutes est rejetée.
Déterminer le pourcentage de batteries rejetées.

Exercice 96

Soit X le poids d'un gorille.

Supposons que le poids de *2000* gorilles est *distribué normalement* avec une espérance (moyenne) de *155 kg* et un écart-type de *20 kg*, c'est-à-dire que X suit une loi $N(155;20)$.

a) Trouver le nombre de gorilles dont le poids est compris entre *120 et 130 kg*.

b) Trouver le nombre de gorilles dont le poids est inférieur à *110 kg* ?

c) Quelle est la proportion de gorilles dont le poids est supérieur à *110 kg* ?

d) Si, lors d'une étude, on veut « éliminer » les *15 %* des gorilles trop légers, quel sera le poids minimum des gorilles concernés par l'étude.

Exercice 97

Une usine utilise une machine automatique pour remplir des flacons contenant un certain produit en poudre. Par suite de variations aléatoires dans le mécanisme, le poids de poudre par flacon est une variable aléatoire *de loi normale* de moyenne m et d'écart-type *1,1 mg*. Les flacons sont vendus comme contenant *100 mg* de produit.

a) La machine est réglée sur $m = 101,2$ *mg*. Quelle est la probabilité que le poids de produit dans un flacon soit inférieur au poids annoncé de *100 mg* ?

b) Sur quelle valeur de m faut-il régler la machine pour qu'au plus *4 %* des flacons aient un poids inférieur au poids annoncé de *100 mg* ?

Exercice 98 *

Une machine permet de remplir automatiquement des paquets de farine. La masse M désirée est réglable. En réalité, la masse de farine effectivement versée est une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne M et d'écart-type égal à *3 %* de M. Sur quelle valeur de M faut-il régler la machine pour que *95 %* des paquets contiennent au moins *1 Kg* ?

Exercice 99 *

On admet que la longueur du pied d'un homme adulte suit une *loi normale* de moyenne *24 cm* et d'écart-type *3 cm*. Un fabriquant de chaussettes étudie cette loi pour programmer sa production de chaussettes en taille et en quantité. Il décide de répartir sa production selon *5* tailles numérotées de *1* à *5* de la façon suivante : il prend un intervalle symétrique autour de la moyenne, de probabilité *0, 9* ; il divise cet intervalle en *3* intervalles égaux correspondant aux tailles *2*, *3* et *4* . Il obtient donc ainsi son total de *5* tailles.

a) Déterminer les longueurs de pied qui délimitent ces *5* intervalles.

b) Quelle est la part, en pourcentage, de la production totale à affecter respectivement à chacune des *5* tailles ?

Exercice 100 *

On a étudié le poids d'une population d'individus présentant certaines caractéristiques précises ; on a obtenu les résultats suivants : *20 %* des poids sont inférieures à *60 Kg* et *30 %* des poids sont supérieures à *80 Kg*.

Si on suppose que le poids des individus présentant ces caractéristiques suit *une loi normale*, déterminer *la moyenne* et *l'écart-type* de cette loi.

Exercice 101 *

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0{,}02$ est défectueuse.

a) On contrôle un lot de 1000 pièces :

Soit X la variable aléatoire : « nombre de pièces défectueuses parmi 1000 » .

Quelle est la loi de probabilité de X ? quel est sont espérance et son écart-type ?

b) En approchant cette loi par celle d'une loi normale adaptée, calculer la probabilité pour que X soit compris entre 20 et 30.

Exercice 102 *

À la suite d'une campagne de vaccination lancée par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) pour lutter contre une pandémie, on estime que, dans une population donnée, il ne reste plus que 1% de personnes non vaccinées.
D'après une étude, on estime également que 95% des personnes vaccinées sont immunisées contre le virus de la pandémie et que 20% des personnes non vaccinées sont naturellement immunisées contre ce virus.
On choisit au hasard une personne dans la population concernée.

On note V l'évènement : « la personne choisie est vaccinée », et I l'évènement : « la personne choisie est immunisée contre le virus ».

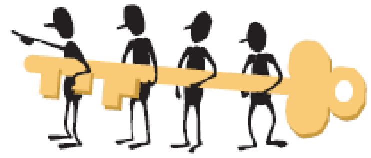
a) Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette population, soit immunisée contre le virus.

b) On prélève au hasard 900 personnes de cette population. On considère la variable aléatoire X qui associe le nombre de personnes n'ayant pas été vaccinées.

i) Quelle est la loi de probabilité de X ? quel est sont espérance et son écart-type ?

ii) En approchant cette loi par celle d'une loi normale adaptée, calculer la probabilité pour que le nombre de personnes n'ayant pas été vaccinées soit entre 6 et 12 parmi les 900 personnes.

3.3 Solutions des exercices



Ex 1 20 issues.

Ex 2 L'arbre donne 18 possibilités ; il manque le petit carré noir et le grand rond blanc.

Ex 3 Il y a 2 chemins différents pour la petite grille et 6 chemins différents pour la grande.

Ex 4 Il y a 11 chemins différents.

Ex 5

	Avec répétition	Sans répétition
a)	216	120
b)	72	40
c)	72	40
d)	144	80
e)	36	20

Ex 6 Le nombre possible de coloriage est de 19'208.

Ex 7 a) 216 issues possibles b.i) 75 b.ii) 15 b.iii) 1 b.iv) 91 b.v) 125

Ex 8 66 parties.

Ex 9 a)

i) $3!\cdot 4 = 24$ ii) $\frac{7!}{6!} = 7$

iii) $\frac{20!}{18!} = 20\cdot 19 = 380$ iv) $\frac{8!}{7!\cdot 4!} = \frac{8!}{7!}\cdot\frac{1}{4!} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

v) $\frac{100!}{98!} = 99\cdot 100 = 9'900$ vi) $\frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} = \frac{5!-4!}{4!\cdot 5!} = \frac{\cancel{4!}(5-1)}{\cancel{4!}\cdot 5!} = \frac{4}{5!} = \frac{4}{120}$

vii) $\frac{20!}{(20-4)!} = 17\cdot 18\cdot 19\cdot 20 = 116'280$ viii) $\frac{24!}{(24-4)!4!} = 21\cdot 22\cdot 23 = 10'626$

b)

i) $(n-1)!\cdot n = n!$ ii) $\frac{n!}{(n-1)!} = n$

iii) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = (n+2)\cdot(n+1)\cdot n$ iv) $\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!} = (n-r+1)\cdot(n-r)$

Ex 10 b) i) 6 ii) 120 ii) 120

Ex 11 a) 6 possibilités (en rang). b) 2 manières différentes (permutation circulaire).

c) 24 possibilités (en rang). 6 manières différentes (permutation circulaire).

Ex 12 a) 120 b) 24 manières différentes c) 48 manières différentes.

Ex 13 a) *3'360* b) *12*

Ex 14 840

Ex 15 a) 120 mots b) 24 mots c) 24 mots. d) 12 mots.

Ex 16 210 parcours différents.

Ex 17 a) 12 b) 6

Ex 18 720 possibilités.

Ex 19 35 possibilités.

Ex 20 a) 512 b) 336

Ex 21 56

Ex 22 350

Ex 23 *9'465'511'770 façons*

Ex 24 677 habitants

Ex 25 512 possibilités différentes.

Ex 26 64

Ex 27 70, les oui étant déterminés, les non le seront aussi.

Ex 28 20'000 possibilités.

Ex 29 *94'143'280* distributions différentes pour un joueur.

Ex 30 a) 32 façons. b) 1'984 possibilités. c) 29'760 possibilités.
d) 143'840 possibilités. e) 201'376 possibilités f) 1008 possibilités.
g) 175'616 possibilités.

Ex 31 a) *17'576* sigles b) *2'160* sigles c) *1'800* sigles

Ex 32 a) *120* possibilités. b) *600* possibilités. c) *210* possibilités différentes.

d) *6'720* possibilités. e) *8'400* possibilités.

Ex 33 *58'344* équipes possibles.

Ex 34 a) *18* nombres différents. b) *192* nombres différents.

Ex 35 a) *45* choix possibles b) i) *21* possibilités différentes. b) ii) *25* choix.

Ex 36 a) *20* b) *190* c) *1140* d) *184'756* e) *20* f) *1*

Ex 37 a) *34'650* b) *3'780*

Ex 38 a) *76'275'360* possibilités différentes à l'*Euro Millions*.

b)

i) 1^{er} prix : 1 possibilité. ii) $2^{ème}$ prix : *14* possibilités.
iii) $3^{ème}$ prix : *21* possibilités. iv) $4^{ème}$ prix : *225* possibilités.
v) Aucun prix : *25'656'939* possibilités.

c)

i) Probabilité « d'obtenir le 1^{er} prix si on joue *une* grille » $= \dfrac{1}{76'275'360} \cong 0{,}000000013\ \%$

ii) Probabilité « d'obtenir le $3^{ème}$ prix si on joue *une* grille » $= \dfrac{21}{76'275'360} \cong 0{,}000000275\%$

iii) Probabilité « d'obtenir aucun prix si on joue *une* grille » $= \dfrac{25'656'939}{76'275'360} \cong \dfrac{1}{3} \cong 33\ \%$

Ex 39 72 possibilités différentes.

Ex 41 a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{36}$ c) $\frac{1}{6}$

Ex 42 $P(\text{"plaques qui commencent par 1"}) \cong 55{,}6\%$

Ex 43 **b.i)** $\frac{1}{8}$ **b.ii)** $\frac{1}{2}$ **b.iii)** $\frac{5}{8}$

Ex 44 $P(\text{"la fléchette se trouve dans la zone ombrée"}) = \frac{8+\pi}{8\cdot\pi} \cong 44{,}32\%$

Ex 45 **a)** $\cong 69{,}6\%$ **b)** $\cong 70{,}1\%$

Ex 46 Les deux événements sont équiprobables.

Ex 47 **a)** $P(\text{" tirer 0 vaccin périmé "}) \cong \underline{\underline{76{,}42\%}}$ **b)** $P(\text{" tirer 1 vaccin périmé "}) \cong \underline{\underline{22{,}15\%}}$

c) $P(\text{" tirer 2 vaccins périmés "}) \cong \underline{\underline{1{,}42\%}}$ **d)** $P(\text{" tirer au moins un vaccin périmé "}) \cong \underline{\underline{23{,}57\%}}$

e) $P(\text{" tirer au plus un vaccin périmé "}) \cong \underline{\underline{98{,}57\%}}$

Ex 48 **a)** $P(\text{«4 piques»}) \cong \underline{\underline{0{,}21\%}}$ **b)** $P(\text{«3 coeurs»}) \cong \underline{\underline{3{,}85\%}}$

c) $P(\text{«au plus 1 as»}) \cong \underline{\underline{94{,}73\%}}$ **d)** $P(\text{«aucune cartes noires»}) \cong \underline{\underline{5{,}19\%}}$

e) $P(\text{«2 cartes noires»}) \cong \underline{\underline{39{,}74\%}}$ **f)** $P(\text{«au moins 1 coeur»}) \cong \underline{\underline{70{,}21\%}}$

g) $P(\text{«3 cartes d'une même famille»}) \cong \underline{\underline{15{,}40\%}}$ **h)** $P(\text{«un valet et deux rois»}) \cong \underline{\underline{1{,}14\%}}$

Ex 49 * **a)** $P(\text{«quinte flush royale»}) \cong \frac{1}{649'740}$ **b)** $P(\text{«quinte flush»}) \cong \frac{1}{72'193}$

c) $P(\text{«carré»}) \cong \frac{1}{4165}$ **d)** $P(\text{«full»}) \cong \frac{1}{694}$

e) $P(\text{«flush»}) \cong \frac{1}{509}$ **f)** $P(\text{«quinte»}) \cong \frac{1}{255}$

g) $P(\text{«brelan»}) \cong \frac{1}{47}$ **h)** $P(\text{«deux paires»}) \cong \frac{1}{21}$

i) $P(\text{«paire»}) \cong \frac{1}{2{,}36}$

Ex 50 32 %

Ex 51 **a)** 20 % **b)** 90 % **c)** 60 % **d)** 10 % **e)** 30 %

Ex 52 **a)** 90 % **b)** 10 % **c)** 60 %

Ex 53 **a)** $\cong 4{,}2\%$ **b)** $\cong 25{,}17\%$ **c)** $\cong 41{,}96\%$
d) $\cong 23{,}98\%$ **e)** $\cong 95{,}8\%$ **f)** $\cong 70{,}63\%$

Ex 54 **a)** *15%* **b)** *60 %* **c)** *75 %* **d)** *80 %*

Ex 55 **a)** *37,5%* **b)** *40%* **c)** *50%*

Ex 56 **a)** *36 %* **b)** *17 %* **c)** *1.9 %* **d)** *38 %* **e)** *18 %*

Ex 57 *52,5%*

Ex 58 **a)** $\cong 21,4\%$ **b)** $\cong 3,6\%$ **c)** $\cong 78,6\%$ **d)** $\cong 27,3\%$

Ex 59 **a)** $\frac{29}{60}$ **b)** $\frac{5}{8}$

Ex 60 **a)** $\frac{17}{50}$ **b)** $\frac{7}{8}$ **c)** $\frac{1}{5}$

Ex 61 **a)** *3,7 %* **b)** *96,3 %* **c)** *95 %*

Ex 62 **a)** *10 %* **b)** *30 %*

Ex 63 **a)** *25 %* **b)** *70 %* **c)** *28 %*

Ex 65 $P\left(D_1 \middle| \overline{S}\right) \cong \underline{\underline{65,79\ \%}}$ $P\left(D_2 \middle| \overline{S}\right) \cong \underline{\underline{7,89\ \%}}$ $P\left(D_3 \middle| \overline{S}\right) \cong \underline{\underline{26,32\%}}$

Le médecin peut établir que le patient qui arrive aux urgences pour un « mal de ventre » et qui n'a pas de fièvre à « certainement » une appendicite.

Ex 66 *77 %*

Ex 67 **a)** *17,5 %* **b)** *5,7 %* **c)** *23 %*

Ex 68 **a)** *3,9 %* **b)** *0,1 %*

Ex 71 $\frac{1}{36}$

Ex 72 **a)** $\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{3}{8}$ **c)** $\frac{1}{2}$

Ex 73 **a)** $\frac{125}{729}$ **b)** $\frac{300}{729}$ **c)** $\frac{425}{729}$ **d)** $\frac{304}{729}$

Ex 74

a) **i)** $\left(\frac{6}{10}\right)^3$ **ii)** $3\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)$ **iii)** $3\cdot\left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{4}{10}\right)^2$ **iv)** $\left(\frac{4}{10}\right)^3$

b) **i)** $\left(\frac{6}{10}\right)^4$ **ii)** $4\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)$ **iii)** $6\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^2$ **iv)** $4\cdot\left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{4}{10}\right)^3$ **v)** $\left(\frac{4}{10}\right)^4$

Ex 75 **a)** $\cong 23,4\%$ **b)** $\cong 34,4\%$ **c)** $\cong 98,43\%$

Ex 76 **a)** $\cong 16,46\%$ **b)** $\cong 13,17\%$

Ex 77 **a)** $\cong 1,54\%$ **b)** $\cong 7,68\%$ **c)** $\cong 8,70\ \%$ **d)** $\cong 92,22\ \%$

Ex 78 **a)** $P(A_+) = 0,381 = 38,1\%$ **b)** $P(O) = 0,37 + 0,07 = 0,44 = 44\ \%$

c) $P(aucun\ O_-) = 48,4\ \%$ **d)** $P(4\ \ A_+) = 24,9\%$

e) $P(au\ moins\ 3\ donneurs\ O_+) = 77,95\%$

Activité 1

- $m=E(X) = 3,5$ $V(X) \cong 2,92$ $\sigma(X) \cong 1,71$
- $m=E(Y) = 3,5$ $V(Y) \cong 4,05$ $\sigma(Y) \cong 2,01$
- $m=E(Z) = 3,5$ $V(Z) \cong 1,65$ $\sigma(Z) \cong 1,28$

Ex 79

a) $\Omega = \{ppp; ppf; pfp; fpp; pff; ffp; fpf; fff\}$

b) Y = le nombre de «faces» moins le nombre de « piles » se présentant à l'épreuve.

c)

Y	-3	-1	1	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

d) $E(Y) = 0$ $V(Y) = 3$ $\sigma(Y) \cong 1,73$

Ex 80

a) Il peut s'attendre à une moyenne de $2,53$.

b) $75\,\%$ de notes insuffisantes.

c) En retenant le plus grand des deux nombres, la moyenne serait : $4,47$.

Ex 81

a) $2,6\overline{7}$ tests **b)** $\cong 44$ minutes

Ex 82

Partie I **b.i)** $P(A \cap B) = \underline{\underline{8\,\%}}$ **b.ii)** $P(B) = \underline{\underline{16\,\%}}$

Partie II **c)**

X = Somme reçue en euro	2	10	15	20
Probabilité	0.72	0.08	0.12	0.08

d) $E(X) = 5,64$ euros

Pour 5000 lecteurs, le centre d'appel recevra $5000 \cdot 5,64 = \underline{\underline{28'200 \text{ euros}}}$

Ex 83

a) $P(E) = \frac{8}{4096}$ $P(F) = \frac{224}{4096}$ $P(G) = \frac{1680}{4096}$

b.1) $P(H) = \frac{2184}{4096}$

b.2) $E(X) \cong -0,22 < 0$ représente le « gain moyen » du joueur par partie.
Dans ce cas le joueur perd environ $0,22$ *euros* par partie en moyenne.

b.3) Ce jeu n'est pas équitable.
Un jeu est équitable si $E(X) = 0$; en moyenne, on ne gagne rien et on ne perd rien.

Ex 84

Le prix ne doit pas dépasser 23 *francs*.

Ex 85

a) X = le nombre de piles obtenu si on jette 6 fois une pièce de monnaie. $X \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

X	0	1	2	3	4	5	6	$\sum$
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{20}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{1}{64}$	1

b) $E(X) = 3$ $V(X) = 1,5$ $\sigma(X) \cong 1,22$

Ex 86 Nous pouvons espérer 8 bonnes réponses.

Ex 87 **1) a)** $P(A)=\dfrac{300}{500}=60\%$ $\quad P(D\mid A)=\dfrac{2}{100}=2\%$ $\quad P(\overline{D}\mid\overline{A})=\dfrac{96}{100}=96\%$.

c) $P(A\cap D)=1.2\%$ **d)** $P(D)=2.8\%$ **e)** $P(\overline{A}\mid D)=57.1\%$

2) a) X = le nombre de vélos défectueux dans un échantillon aléatoire de 10 vélos.

X suit une loi binomiale : $X\sim B(10;0.028)$ $\quad n=10$; $p=0.028$; $0\le k\le 10$

b) $P(X=1)=21.7\%$ **c)** $P(X\ge 1)=24.7\%$

3) Y = le nombre de vélos défectueux dans un échantillon aléatoire de 100 vélos.
Y suit une loi binomiale : $X\sim B(100;0.028)$ $\quad n=100$; $p=0.028$; $0\le k\le 10$

En utilisant la proposition : $E(Y)=n\cdot p=100\cdot 0.028=2.8\cong 3$.

En moyenne il y a environ 3 vélos défectueux dans un échantillon de 100 vélos.

Ex 88 **a)** X = le nombre de fois où Claude est contrôlé durant l'étude.

X suit une loi binomiale : $X\sim B(40;p)$ $\quad n=40$; p ; $0\le k\le 40$

b) $P(X\le 2)\cong 67{,}67\ \%$

c) $E(Z)=200$

Le « gain » moyen de Claude sur un mois et pour 40 trajets est de 200 euros.

La probabilité d'être contrôlé est trop faible et cela « vaut le coup » de frauder.

Activité 2

$$P(-1\le X^*\le 1)\overset{(b)}{=}\Phi(1)-\Phi(-1)\overset{(a)}{=}\Phi(1)-[1-\Phi(1)]=2\cdot\Phi(1)-1\overset{CRM}{=}2\cdot 0{,}8413-1=0{,}6826=\underline{\underline{68{,}26\ \%}}$$

Ex 89 **a)** $\cong 38{,}49\%$ **b)** $\cong 25{,}18\%$ **c)** $\cong 66{,}37\%$

d) $\cong 24{,}83\%$ **e)** $\cong 89{,}97\ \%$

Ex 90 **a)** $t\cong 1{,}43$ **b)** $t\cong -1{,}51$ **c)** $t\cong 1{,}16$

Ex 91 **a)** Il y a environ 740 colis entre 120 et 155 kg

b) Il y a environ 1,7 colis de plus de 185 kg

Ex 92 Il y donc environ 23% de stylos défectueux.

Ex 93 **a)** $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)=P(-1\le X^*\le 1)=\underline{\underline{68\ \%}}$

b) $P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)=P(-2\le X^*\le 2)\cong\underline{\underline{95\ \%}}$

Ex 94 **a)** Le pourcentage de bouteilles acceptées est de **15,83 %**

b) Oui car le pourcentage de bouteilles acceptées serait alors de **15,86 %**.

c) 95 %

Ex 95 **a)** $\mu=E(X)=40$ **b)** $\cong 68\%$

c) $20\ \%$ des batteries ont une autonomie supérieure ou égale à $43{,}36$ *heures*.

d) Environ $0{,}62\%$ des batteries sont rejetées.

Ex 96 **a)** Environ 132 gorilles **b)** Environ 24 gorilles

c) 98,8 % **d)** Le poids minimum des gorilles concernés par l'étude est d'env. $134{,}2\ Kg$.

Ex 97 **a)** $P(X \le 100) = 13{,}79\%$ **b)** $m \ge 101{,}925\ [mg]$

Ex 98 * $\mu = M \cong 1{,}05$ et $\sigma = \frac{3}{100}M \cong 0{,}0315$

Ex 99 *

a)	**b)**
Taille 1 : inférieure à 19,05	Taille 1 : $\cong$ $5\ \%$
Taille 2 : entre 19,05 et 22,35	Taille 2 : $\cong$ $24\ \%$
Taille 3 : entre 22,35 et 25,65	Taille 3 : $\cong 42\ \%$
Taille 4 : entre 25,65 et 28,95	Taille 4 : $\cong$ $24\ \%$
Taille 5 : supérieur à 28,95	Taille 5 : $\cong$ $5\ \%$

Ex 100 * $m \cong 72{,}3\ Kg$ $\sigma \cong 14{,}6\ kg$

Ex 101 * **a)** X = « nombre de pièces défectueuses parmi 1000 »

La loi de X est la loi binomiale $B(1000;0{,}02)$, d'espérance 20 et d'écart type $\cong 4.43$.

b) $P(20 \le X \le 30) \overset{Prop.}{\approx} \Phi(2.37) - \Phi(-0.11) \overset{CRM}{\cong} \underline{\underline{53{,}5\%}}$

Ex 102 * **a)** $P(I) = \underline{\underline{94.25\ \%}}$

b.i) X = « le nombre de personnes n'ayant pas été vaccinées parmi 400 ».

La loi de X est la loi binomiale $B(900;0{,}01)$, d'espérance 9 et d'écart type $\cong 3$.

b.ii) $P(6 \le X \le 12) \overset{Prop.}{\approx} \Phi(1.17) - \Phi(-1.17) \overset{CRM}{\cong} \underline{\underline{76\ \%}}$