

Chapitre 3 - Probabilités

Algèbre des ensembles

Exercice 1 : Ecrire l'ensemble P des nombres entiers pairs inférieurs à 27 et l'ensemble C des multiples de 5 inférieurs à 27. Quelle est leur intersection ? La décrire en toute lettre.

Exercice 2 : Dans un jeu de 36 cartes, on appelle T l'ensemble des trèfles, P l'ensemble des piques, R l'ensemble des rois et D l'ensemble des dames.
Quel est l'univers associé à cette situation ?
Déterminer $T \cap D$, $R \cap D$, $R \cup P$ et $R \cap (P \cup T)$.

Exercice 3 : Votre professeur interroge 23 élèves qui pratiquent tous l'un au moins de ces trois sports : football, natation, tennis. 13 pratiquent le football, dont 6 seulement le football et 3 seulement le football et la natation. 5 élèves pratiquent seulement la natation, tandis qu'un élève pratique seulement la natation et le tennis. 2 élèves enfin pratiquent ces trois sports.

- Représenter par un diagramme (de Venn) les trois ensembles F, N, T.
- Combien d'élèves pratiquent la natation ?
- Combien pratiquent le tennis ?
- Combien pratiquent seulement le tennis et le football ?
- Combien pratiquent le tennis seulement ?

Exercice 4 : Soit $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}$.

A est le sous ensemble de E dont les éléments sont multiples de 2 et B est le sous ensemble de E dont les éléments sont multiples de 3.

Déterminer A et B puis $A \cup B$; $A \cap B$; $A^c \cap B$; $(A \cup B)^c$; $E \cap B^c$.

Déterminer ensuite le cardinal de chacun de ses ensembles.

Exercice 5 : Soient A et B deux ensembles tels que $A \subset B$.

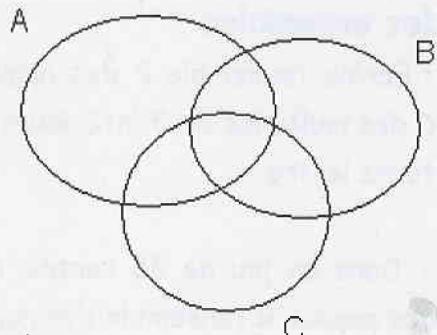
Alors $A \cup B = \dots$ et $A \cap B = \dots$

Aidez-vous d'un schéma.

Exercice 6 : Dans la caisse maladie A, il y a 1800 assurés différents. On sait qu'il y a 1200 assurés au niveau de la base et 832 assurés pour la complémentaire. Combien y a-t-il d'assurés qui possèdent les deux types d'assurance ?

Exercice 7 : Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurer les parties correspondantes aux écritures ensemblistes suivantes :

- 1- $A \cap (B \cup C)$
- 2- $A \setminus B$
- 3- $A \cup (B \cap C)$
- 4- C^c
- 5- $A^c \cap (B \cup C)$



Exercice 8 : Soient les ensembles suivants :

$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \quad B = \{1; 2; 5; 6; 9\} \quad C = \{1; 2; 3; 5\}$$

Déterminer :

- a) $B \cup C =$
- b) $(B \cap C)^c =$
- c) $C \cup (U \cap C^c) =$

Exercice 9 : Une enquête portant sur des musiciens a donné les résultats suivants : En tout : 32 jouent du piano

20 de la guitare

45 de la flûte traversière

et : 15 jouent seulement du piano et de la flûte

7 seulement du piano et de la guitare

10 seulement de la guitare et de la flûte

30 aucun des trois instruments

- a) Si on sait qu'il existe 3 musiciens qui jouent des 3 instruments, représenter cette enquête par un diagramme.
- b) Quel est le nombre de musiciens n'ayant choisi qu'un seul instrument ?
- c) Combien y a-t-il de musiciens au total ?

Exercice 10 : On jette un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au numéro apparaissant sur la face supérieure.

1) Décrire les événements suivant :

$$A = \{"obtenir un numéro \leq 2"\}$$

$$B = \{"obtenir un numéro impair"\}$$

$$C = \{"obtenir un numéro > 4"\}$$

2) Représentez le diagramme de Venn de cette situation.

3) Donner une phrase qui caractérise chaque événement ci-dessous puis les décrire précisément.

$$A \cup B ; A \cap B ; A \cup C ; A \cap C ; B \cup C ; B \cap C ; \bar{A} ; \bar{A} \cup C ; \bar{A} \cap C$$

4) Parmi les événements de la question 2), citer deux événements incompatibles qui ne sont pas contraires l'un de l'autre.

Analyse combinatoire

Exercice 11 : Calculer :

$$1- 5!$$

$$2- 6!$$

$$3- 0 !$$

$$4- 25 !$$

$$5- (-2) !$$

$$6- \frac{6!}{5!}$$

$$7- \frac{45!}{43!}$$

$$8- \frac{100!}{97!}$$

Exercice 12 : En utilisant les formules sans répétitions données dans votre théorie, entraînez vous à calculer en donnant le plus de détail possible.

$$1- A_3^7 =$$

$$2- P_4 =$$

$$3- A_5^8 =$$

$$4- A_1^n =$$

$$5- A_8^5 =$$

$$6- P_{10} =$$

$$7- C_3^7 =$$

$$8- C_{12}^{12} =$$

$$9- C_6^9 =$$

Exercice 13 : Déterminer le nombre de permutations formées avec les lettres du mot MATHEMATIQUES.

Exercice 14 : Combien de mots différents pouvez-vous écrire avec les lettres du mot « ANANAS » ?

Exercice 15 : Déterminer le nombre de permutations formées avec les lettres du mot COMBINATOIRE.

Exercice 16 : 20 chevaux sont au départ d'une course. Trouver le nombre de tiercés, de quartés, de quintés dans l'ordre et dans le désordre.

Exercice 17 : Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés à partir des chiffres 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 et 9 si les répétitions

1- ne sont pas permises.

2- sont permises.

Exercice 18 : Combien y a-t-il de manière d'asseoir 7 personnes sur un banc ?

Exercice 19 : De combien de manières différentes peut-on répondre à une épreuve comportant 10 questions « vrai ou faux » ?

Exercice 20 : De combien de manières différentes peut-on choisir 3 livres parmi une collection de 10 livres ?

Exercice 21 : Exercice supplémentaire

1] Combien de mots différents (sans tenir compte du sens) pouvez-vous écrire :

- a. avec les lettres du mot « Pistache »
- b. avec les lettres du mot « choucroute »

2] a. Combien de codes PIN différents de longueur 4 pouvez-vous écrire ?

b. Vous savez que votre code PIN est composé des numéros 1, 2, 3 et 4. Combien de codes PIN différents de longueur 4 pouvez-vous écrire ?

Exercice 22 : Une voiture peut transporter 5 personnes. Un groupe de 8 personnes veut se rendre en discothèque. Trois personnes devront forcément rester à la maison ! De combien de manières différentes les places de la voiture peuvent-elles être occupées, sachant qu'il y a 1 chauffeur, 1 passager avant et 3 passagers arrières ?

Exercice 23 : De combien de manières différentes peut-on ranger 10 livres sur une étagère ?

Exercice 24 : Dans votre bibliothèque se trouvent 5 livres de mathématiques, 10 romans francophones et 3 livres de grammaire allemande. Combien de possibilités avez-vous de choisir au hasard 2 livres de mathématiques, 4 romans et 1 livre de grammaire allemande ?

Exercice 25 : Parmi une classe de 12 élèves, on veut choisir 2 délégués, combien y a-t-il de manières différentes de choisir ces 2 élèves ?

Si maintenant on précise qu'il y a 5 garçons et 7 filles dans la classe et que l'on veut prendre 1 délégué garçon et 1 délégué fille. Combien y a-t-il de manières différentes de choisir les délégués ?

Exercice 26 : Une ménagère a suspendu 7 chemises, 14 chaussettes et 8 linges sur un fil. Combien de possibilités avez-vous de choisir au hasard 3 chemises, 8 chaussettes et 5 linges ?

Exercice 27 : Un menu de restaurant propose : 10 hors-d'œuvre, 4 entrées, 11 plats de viande, 9 desserts. Combien peut-on composer de menus contenant chacun un de ces 4 plats ?

Exercice 28 : **Exercice supplémentaire :** Combien de manières différentes peut-on sélectionner cinq livres parmi une collection de 12 livres ?

Exercice 29 : Une classe comporte 20 élèves. L'enseignant désire faire un travail de groupe. Chaque groupe contient 4 élèves. De combien de manières différentes est-il possible de faire les 5 groupes ?

Exercice 30 : **Exercice supplémentaire :** Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués

- 1) Quel est le nombre de choix possibles ?
- 2) Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille
- 3) Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?

Exercice 31 : Un marchand de glaces a en stock 31 parfums différents. Il se vante de proposer environ 4500 glaces différentes à 3 boules, chaque boule étant d'un parfum différent. Comment ce nombre a-t-il été obtenu ?

Exercice 32 : Sachant qu'il existe 7 notes de musique : do, ré, mi, fa, sol, la, si :

1. Si l'on suppose que les notes sont toutes différentes, combien d'airs différents de 5 notes peut-on jouer ?
2. Si l'on suppose que les notes peuvent être répétées, combien d'airs différents de 5 notes peut-on jouer ?

Exercice 33 :

- a. De combien de façons peut-on placer 5 boules de couleurs différentes dans 5 boîtes alignées ? (on place une boule dans chaque boîte)
- b. De combien de façons peut-on placer 5 boules à choisir parmi 12 boules de couleurs différentes, dans 5 boîtes alignées ? (on place une boule dans chaque boîte)

Exercice 34 : **Exercice supplémentaire :** Calculer le nombre de possibilités de ranger sur une étagère, 5 gros livres, 4 livres de grande taille moyenne et 3 petits livres, sachant que les livres de même dimension doivent être placés les uns à côté des autres ?

Exercice 35 : Une grille de loto se compose de 6 numéros cochés parmi 45 numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?

Exercice 36 : Exercice supplémentaire : De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?

Exercice 37 : De combien de manières différentes peut-on former un comité de 5 personnes si on choisit parmi 7 ouvriers et 8 cadres et si au moins 3 personnes du comité doivent être des ouvriers ?

Probabilités

Exercice 38 : Une carte est tirée d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité que la carte tirée soit :

- a. un roi
- b. un roi ou une reine
- c. un roi, une reine ou un valet
- d. un cœur
- e. un cœur ou un carreau
- f. un cœur, un carreau ou un trèfle.

Exercice 39 : Un seul dé est lancé. Calculer la probabilité que le dé soit :

- a. un quatre
- b. un six
- c. un quatre ou un six
- d. un nombre pair
- e. un nombre divisible par 5
- f. un nombre pair ou un nombre divisible par 5.

Exercice 40 : Deux dés sont lancés. Calculer la probabilité que leur somme soit :

- a. égale à 11
- b. égale à 8
- c. égale à 8 ou 11
- d. plus grande que 9
- e. un nombre pair
- f. supérieur à 5.

Exercice 41 : On lance deux dés et on s'intéresse au chiffre obtenu :

- Décrire l'univers de cette expérience ; les issues sont-elles équiprobables ?
- Quel événement correspond à la situation « *le premier dé indique un 4* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *les deux résultats sont pairs* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *les deux résultats sont identiques* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *la somme vaut 3* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *la somme vaut 7* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *la valeur absolue de la différence vaut 4* » ?
- Quel événement correspond à la situation « *au moins un des dés indique un 4* » ?

Exercice 42 : On lance une pièce de monnaie (bien équilibrée) 3 fois de suite et on considère le triplet de résultat *pile* ou *face*. Par exemple, le triplet *pff* correspond à l'issue *pile-face-face*.

Décrire l'univers Ω de cette expérience aléatoire et calculer $\text{card}(\Omega)$ qui se note aussi $|\Omega|$.

Décrire l'événement E_1 correspondant à la situation « *il y a eu exactement un pile* » puis calculer $\text{card}(E_1)$ et $P(E_1)$.

Décrire l'événement E_2 correspondant à la situation « *il n'y a pas eu de pile* » puis calculer $\text{card}(E_2)$ et $P(E_2)$.

Considérer l'événement $E_3 = E_1 \cup E_2$: le décrire en français, puis calculer $\text{card}(E_3)$ et $P(E_3)$.

Considérer l'événement $E_4 = \Omega \setminus E_2$: le décrire en français, puis calculer $\text{card}(E_4)$ et $P(E_4)$.

Considérer l'événement $E_5 = \Omega \setminus E_1$: le décrire en français, puis calculer $\text{card}(E_5)$ et $P(E_5)$.

- De ces derniers points, déduire une règle permettant de calculer, pour un événement quelconque E de probabilité $P(E)$ connue, la probabilité de son complémentaire $\Omega \setminus E$.

Exercice 43 : Si trois pièces de monnaies sont lancées en l'air, à l'aide d'un arbre, calculer la probabilité d'obtenir :

- a. Exactement deux faces
- b. PPF dans cet ordre.

Exercice 44 : **Exercice supplémentaire :** Dans un lot de 12 ampoules, 4 sont défectueuses. On y choisit une ampoule. Quelle est la probabilité qu'elle fonctionne ?

Exercice 45 :

- a) De combien de façons peut-on remplir une feuille de loterie à numéros (cocher 6 numéros sur 42) ?
- b) Quelles sont nos chances de gagner le gros lot ?
- c) Quelle est la probabilité de n'obtenir aucun numéro lors du tirage ?

Exercice 46 : Un tiroir contient 4 chaussettes noires, 6 chaussettes rouges et 3 chaussettes vertes. En piochant au hasard dans le tiroir :

- a. Quelle est la probabilité de tirer 1 chaussette noire ?
- b. Sachant que je viens juste de tirer une chaussette noire et que je l'ai mise à mon pied, quelle est la probabilité de tirer une seconde chaussette noire ?
- c. Si je tire 2 chaussettes et que je les mets au fur et à mesure à mes pieds, quelle est la probabilité d'avoir 1 chaussette rouge puis 1 chaussette verte ?

Exercice 47 : Une boîte contient 5 boules rouges, 5 noires et 8 vertes. Après chaque tirage, on remet la boule dans la boîte. Si 3 boules sont tirées de la boîte, calculer la probabilité d'obtenir :

- a. 2 rouges, puis une verte
- b. 1 rouge, 1 noire et 1 verte
- c. 2 noires et 1 verte

Exercice 48 : Une boîte contient 5 boules rouges, 5 noires et 8 vertes. Après chaque tirage, on ne remet pas la boule dans la boîte. Si 3 boules sont tirées de la boîte, calculer la probabilité d'obtenir :

- a. 2 rouges, puis une verte
- b. 1 rouge, 1 noire et 1 verte
- c. 2 noires et 1 verte

Exercice 49 : Un bocal contient 5 billes roses, 3 billes jaunes et 9 billes oranges.

Si je tire 3 billes et qu'après chaque tirage je remets la bille dans le bocal, calculer la probabilité d'obtenir :

- Une bille de chaque couleur.
- Au moins 2 billes roses.
- Au plus 1 bille orange.

Exercice 50 : **Exercice supplémentaire :** Une urne contient 5 boules noires et 3 boules blanches. **Partie A**

L'expérience aléatoire consiste à extraire 2 boules, sans remise.

- Dessiner l'arbre correspondant à cette expérience.
- Quelle est la probabilité de tirer 2 boules noires ?
- Quelle est la probabilité de tirer 2 boules blanches ?
- Quelle est la probabilité de tirer une boule de chaque couleur ?

Partie B

Répondre aux mêmes questions dans le cas d'un tirage avec remise.

Exercice 51 : Dans un jeu de 36 cartes, Paulette extrait simultanément 3 cartes.

- Quelle est la probabilité qu'elle tire exactement 2 piques ?
- Quelle est la probabilité qu'elle tire au moins 2 piques ?
- Quelle est la probabilité qu'elle tire exactement 2 piques ou exactement 2 rouges ?
- Quelle est la probabilité qu'elle tire exactement 2 piques et exactement 1 trèfle ?
- Quelle est la probabilité qu'elle tire exactement 2 piques ou exactement 1 trèfle ?

Exercice 52 : Dans un parc vivent 6 lions, 3 guépards et 5 tigres. Un soir 3 animaux sortent du parc.

- Calculer la probabilité que les trois animaux soient des lions.
- Calculer la probabilité qu'aucun guépard ne soit sorti.
- Calculer la probabilité que les 3 animaux soient différents.
- Calculer la probabilité d'avoir 2 guépards et 1 tigre.

Exercice 53 : Exercice supplémentaire : Une urne contient 10 boules rouges, 5 vertes et 15 noires.

On tire successivement 3 boules (avec remise). Calculer la probabilité de tirer :

1. au moins une boule verte ?
2. toutes des boules de la même couleur ?
3. une boule de chaque couleur ?

Exercice 54 : Exercice supplémentaire : On jette 4 pièces de monnaie. Utilisez un arbre pour calculer la probabilité :

1. qu'aucun pile n'apparaisse.
2. qu'exactement un pile apparaisse.

Exercice 55 : On dispose de 20 jetons portant les chiffres de 0 à 9 (chaque chiffre apparaît 2 fois). On tire simultanément trois jetons sans remise. Quelle est la probabilité des événements suivants :

- a. On obtient trois nombres pairs.
- b. On obtient trois nombres premiers (2, 3, 5, 7)
- c. On obtient dans l'ordre le nombre « 415 ».

Exercice 56 : Une urne U_1 contient deux boules noires et une boule blanche. Une urne U_2 contient deux boules blanches et une boule noire. On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire une boule dans cette urne.

- a. Faire un arbre.
- b. Calculer la probabilité de choisir l'urne U_1 et de tirer une boule blanche.
- c. Calculer la probabilité de choisir l'urne U_2 et de tirer une boule blanche.
- d. A l'aide de l'arbre calculer la probabilité de tirer une boule blanche (quelque soit l'urne).

Exercice 57 : Une urne contient 6 boules blanches et 4 boules noires. Patrick extrait consécutivement et sans remise 2 boules de l'urne. On considère les événements suivants : A : « au moins une boule blanche sort » B : « au moins une boule noire sort »

1. Dessiner l'arbre correspondant à cette expérience.
2. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
3. A et B sont-ils compatibles ?
4. Décrire en français les événements $A \cap B$, $A \cup B$, \bar{A} , $\bar{A} \cap \bar{B}$ et $\bar{A} \cup \bar{B}$, puis donner la probabilité de chacun.

Exercice 58 : On sort d'un jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire ensuite au hasard 4 cartes (sans remise) de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :

- les 4 as ?
- un as au moins ?
- 4 cartes de familles différentes ?

Exercice 59 : Un questionnaire à choix multiples comprend 10 questions. Les possibilités de réponses sont au nombre de 5.

- De combien de manières différentes est-il possible de remplir ce questionnaire.
- En supposant que vous répondiez au hasard à ce questionnaire, calculer la probabilité d'avoir toutes les bonnes réponses.
- En supposant que vous répondiez au hasard à ce questionnaire, calculer la probabilité d'avoir une bonne réponse.
- En supposant que vous répondiez au hasard à ce questionnaire, calculer la probabilité d'avoir deux bonnes réponses.

Exercice 60 : On prend au hasard 3 ampoules électriques d'un lot de 15 ampoules dont 5 sont défectueuses. Calculer la probabilité :

- qu'aucune ampoule ne soit défectueuse,
- qu'exactement une ampoule soit défectueuse,
- qu'au moins une ampoule soit défectueuse,
- que les 3 ampoules soient défectueuses.

Exercice 61 : **Exercice supplémentaire :** Dans une boîte de chocolats on trouve 10 chocolats blancs et 5 noirs. Une personne choisit 3 chocolats. Veuillez déterminer la probabilité :

- que les 3 soient blancs
- que 2 soient noirs et un blanc
- qu'au moins 1 chocolat soit noir

Exercice 62 : On lance un dé six fois de suite. On note S l'évènement "obtenir au moins un 6 lors des six lancers". Calculer $P(S)$.

Exercice 63 : Dans une course de 20 chevaux, quelle est la probabilité, en jouant 3 chevaux, de gagner le tiercé dans l'ordre ?

Exercice 64 : Une classe comprend 15 filles et 6 garçons. On forme une délégation de 5 élèves.

- Combien y a-t-il de possibilités ?
- Quelle est la probabilité de n'avoir que des filles ?
- Quelle est la probabilité d'avoir trois filles et deux garçons ?
- Quelle est la probabilité que les deux élèves A et B soient dans cette délégation ?
- Quelle est la probabilité que les deux élèves A et B ne soient pas dans cette délégation ?

Exercice 65 : En alignant au hasard les lettres du mot AXXAM, quelle est la probabilité d'obtenir un palindrome ? (même mot en lisant de droite à gauche) ?

Exercice 66 : Dans un collège de 400 élèves, une enquête a donné les résultats suivants : 200 élèves aiment la lecture, 180 aiment le sport et 60 n'aiment ni le sport, ni la lecture.

On choisit au hasard un élève du collège. Quelles sont les probabilités des événements :

- L : {l'élève aime la lecture} ?
- S : {l'élève aime le sport} ?
- N : {l'élève n'aime ni le sport ni la lecture} ?
- Quelle est la probabilité de l'événement {l'élève aime la lecture et le sport} c'est-à-dire $L \cup S$, indication c'est l'opposé de N .

Exercice 67 : 60% des élèves d'une classe ne portent ni casquette, ni montre. 20% portent une casquette et 30% portent une montre. Si vous croisez un élève de cette classe dans les couloirs, quelle est la probabilité qu'il porte :

- une casquette ou une montre
- une casquette et une montre.

Exercice 68 : Dans un garage, on trouve 25% de voitures neuves, dont 60% sont noires. En prenant au hasard deux voitures, quelle est la probabilité qu'elles soient toutes les deux neuves et noires ?

Exercice 69 : En décembre, à La Chaux-de-Fonds, la probabilité qu'il neige et qu'il vente un jour donné vaut $1/6$ et celle qu'il fasse ni l'un, ni l'autre est $\frac{1}{2}$. On sait de plus qu'il y a du vent un jour sur quatre. Quelle est la probabilité qu'il neige le jour de Noël ?

Exercice 70 : Dans une localité, 30% des habitants (adultes et enfants) sont en formation, dont 70% à l'école obligatoire. En choisissant au hasard deux habitants, quelle est la probabilité d'avoir affaire à deux adultes en formation ?

Exercice 71 : Dans un groupe de 35 élèves, 19 font du volley, 22 du basket et 14 pratiquent les 2 sports.

- Faire un diagramme de Venn représentant la situation.
- Calculer la probabilité de l'événement A « en choisissant au hasard un élève, il pratique les deux sports »
- Calculer la probabilité de l'événement B « en choisissant au hasard un élève, il ne pratique aucun sport »
- Calculer la probabilité de l'événement C « en choisissant au hasard un élève, il ne pratique que du volley »
- Calculer la probabilité de l'événement D « en choisissant au hasard un élève, il ne pratique que du basket »
- Calculer la probabilité de l'événement E « en choisissant au hasard un élève, il pratique que du basket ou que du volley »
- Calculer la probabilité de l'événement F « en choisissant au hasard deux élèves, ils ne pratiquent que du basket »

Exercice 72 : Exercice supplémentaire : Reprendre la donnée de l'exercice 9 et calculer

- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue du piano.
- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue de la guitare.
- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue de la flûte traversière.
- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue du piano et de la flute.
- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue des trois instruments.
- la probabilité qu'en choisissant un musicien au hasard, il joue que d'un seul instrument.
- La probabilité qu'en choisissant deux musiciens ils jouent tous les deux du piano.

Exercice 73 : Exercice supplémentaire : Dans une entreprise qui occupe 400 personnes, 300 sont assurés contre la maladie, 160 contre les accidents et 120 à la fois contre la maladie et les accidents. Quelle est la probabilité qu'une personne de l'entreprise choisie au hasard :

- soit assurée contre la maladie mais pas contre les accidents ?
- soit assurée contre la maladie ou contre les accidents ?
- ne soit assurée ni contre la maladie ni contre les accidents ?

Exercice 74 : Dans une ville donnée, 40 % de la population a les cheveux bruns, 25 % a les yeux marron et 15 % a à la fois les cheveux bruns et les yeux marron. On choisit une personne au hasard.

- Si elle a les cheveux bruns, quelle est la probabilité pour qu'elle ait aussi les yeux marron ?
- Quelle est la probabilité que pour qu'elle n'ait ni les cheveux bruns ni les yeux marron ?

Exercice 75 : Dans un groupe de 200 personnes on dénombre 145 sportifs dont 80 sont nageurs. En outre 15 personnes jouent du piano, parmi lesquelles 5 skient mais ne nagent pas. Si un pianiste pratique du sport, ce n'est que le ski.

- On prend une personne au hasard ; quelle est la probabilité qu'elle fasse du sport ou du piano ?
- Sachant que la personne ne fait pas de sport, quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas pianiste ?

Exercice 76 : Exercice supplémentaire : Un étudiant qui se présente à un examen oral doit connaître quinze sujets. Il décide de n'en réviser que 10.

- Il tire au hasard deux questions. Calculer la probabilité :
 - qu'il soit interrogé sur deux questions révisées ?
 - qu'une au moins des deux questions ait été révisée ?
- Il tire au hasard trois questions.

Quelle est la probabilité que, sur les trois questions tirées, il en ait révisées deux ?

Exercice 77 : Dans une urne, il y a des boules blanches et des boules noires. Le nombre de boules blanches est supérieur à 4 à celui des boules noires. La probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes est 0.5. Chercher la composition de l'urne.

Exercice 78 : Deux urnes contiennent respectivement

U1 : 3 boules rouges et 2 vertes

U2 : 1 boule rouge et 1 boule verte

On tire une boule de U1 et l'on met les boules restantes dans U2.

On tire alors une boule dans U2. Quelle est la probabilité que :

a) La dernière boule soit rouge ?

b) La dernière boule soit rouge si l'on sait que la 1ère est rouge ?

c) La première ait été rouge si l'on sait que la dernière est rouge ?

Exercice 79 : 32 % des habitants d'une ville mangent très régulièrement du chocolat et 70 % de ces amateurs souffrent de troubles hépatiques. Une enquête a montré que 36 % de la population entière de la ville souffrent de troubles hépatiques.

On choisit au hasard un habitant de cette ville. Quelle est la probabilité :

1- qu'il ne mange pas de chocolat et qu'il souffre de troubles hépatiques ?

2- qu'il souffre de troubles hépatiques sachant qu'il ne mange pas de chocolat ?

3- qu'il ne mange pas de chocolat sachant qu'il ne souffre pas de troubles hépatiques ?

Exercice 80 : Dans une urne, il y a 5 boules rouges, 3 boules vertes et 1 boule noire.

On extrait, au hasard, 2 boules sans remise.

Calculer les probabilités suivantes :

1- Les deux boules sont de la même couleur.

2- Il y a au plus une boule rouge.

3- Sachant que les deux boules sont de couleur différente, quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas de boule rouge ?

4- Combien de boules noires faut-il rajouter afin que la probabilité de tirer

deux boules non noires soit de $\frac{4}{15}$?

Exercice 81 : Un certain vaccin provoque une réaction dangereuse sur 1000 injections. Après combien d'injections au minimum la probabilité d'avoir au moins une personne ayant réagit dangereusement est supérieure à 86 % ?

Exercice 82 : Selon les données d'un sondage, on estime que, en moyenne, 2 hommes sur 5 et 1 femme sur 3 fument.

Partie A

- 1) Si l'on interroge deux personnes de sexe différent, calculer la probabilité qu'une de ces personnes fume et l'autre pas.
- 2) Sur 3 hommes choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un fumeur ?
- 3) Sur 5 hommes choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait 2 fumeurs et 3 non-fumeurs ?
- 4) Combien de femmes faut-il choisir pour que la probabilité qu'au moins une d'entre elles fume soit supérieure à 99,5% ?

Partie B

Lors d'une descente de police dans un bar de la ville, il a été dénombré 11 femmes et 9 hommes. Une des personnes amendées pour y avoir allumé une cigarette porte le prénom (soit masculin, soit féminin), de Dominique. Calculer la probabilité que Dominique soit un homme.

Exercice 83 :

- a) Que signifie « événements incompatibles » ?
- b) Si $p(A) = 0,73$ alors $p(\bar{A}) = ?$
- c) Au cours d'une épreuve E l'un des deux événements A ou B se produit ; sachant que A et B sont tels que $A \cup B = E$, $A \cap B = \emptyset$ et A a trois fois plus de chances de se réaliser que B trouver $p(B)$.
- d) Toto a calculé que la probabilité d'un événement donné est $\frac{17+14}{30}$; qu'en pensez-vous ?
- e) En lançant une pièce de monnaie 5 fois de suite, quelle est la probabilité d'avoir obtenu que des FACES ou que des PILES ?
- f) Décrire l'univers de l'épreuve « lancer une fois 4 dés (à six faces) »
- g) Si $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ alors que peut-on dire de A et B ?
- h) La probabilité que j'entende mon réveil est (chaque jour) de 90 %. Quelle est la probabilité que je ne l'entende pas deux jours successifs ?

Exercice 84 : Exercice supplémentaire : Avant l'ouverture d'une exposition, on a interrogé toute la population d'un certain pays. La question posée était "irez-vous visiter l'exposition ?" et on a obtenu les résultats suivants :

- 50% des personnes ont répondu "oui";
- 30% des personnes ont répondu "non";
- 20% des personnes, encore indécises, ont répondu "je ne sais pas".

- On choisit au hasard 3 personnes de ce pays. Quelle est la probabilité qu'une seule ait répondu "non" ?
- On choisit au hasard 10 personnes de ce pays. Quelle est la probabilité qu'au moins une d'entre elles ait répondu "oui" ?
- On choisit au hasard 2 personnes de ce pays. Quelle est la probabilité qu'elles aient donné la même réponse ?
- On choisit au hasard 2 personnes de ce pays. Quelle est la probabilité qu'elles aient répondu différemment ?

L'exposition s'ouvre. On suppose que les personnes qui ont répondu "oui" ou "non" s'en tiennent à leur intention et que, parmi les personnes qui étaient indécises, une sur deux visite l'exposition.

- Quelle est la probabilité qu'une personne de ce pays visite l'exposition ?
- On rencontre à l'exposition un visiteur provenant de ce pays. Quelle est la probabilité que ce visiteur ait été indécis au moment où il a été interrogé ?

Solution

a) $3 \cdot 0.3 \cdot 0.7^2 = 0.441 = 44.1\%$

b) $1 - 0.5^{10} = \frac{1023}{1024} \approx 99.90\%$

c) $0.5^2 + 0.3^2 + 0.2^2 = 38\%$

d) $2 \cdot (0.5 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.2) = 62\%$

e) $0.5 + 0.2 \cdot 0.5 = 60\%$

f) $\frac{0.2 \cdot 0.5}{0.6} = \frac{1}{6} \approx 16.67\%$

Exercice 85 : Exercice supplémentaire : Parmi les usagers des transports publics d'une grande ville, il y a 90 % d'honnêtes gens et 10 % de resquilleurs.

- a) Quelle est la probabilité qu'il y ait un seul resquilleur parmi 4 voyageurs choisis au hasard ?
- b) Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un resquilleur parmi 5 voyageurs choisis au hasard ?
- c) Quelle est la probabilité que sur 2 voyageurs choisis au hasard, l'un soit un resquilleur mais pas l'autre ?
Les resquilleurs voyagent toujours sans titre de transport. La probabilité qu'une personne honnête voyage sans titre de transport n'est pas nulle; elle vaut 5 % car les honnêtes gens sont parfois distraits.
- d) Quelle est la probabilité qu'un voyageur choisi au hasard soit honnête mais ne possède pas de titre de transport ?
- e) Quelle est la probabilité qu'un voyageur choisi au hasard possède un titre de transport ?
- f) Combien de voyageurs faut-il contrôler au minimum, pour que la probabilité d'en trouver au moins un voyageant sans titre de transport soit supérieure à 99 % ?
- g) Quelle est la probabilité qu'un voyageur ne possédant pas de titre de transport soit un resquilleur ?

Solution

- a) $4 \cdot 0.1 \cdot 0.9^3 = 29.16\%$
- b) $1 - 0.9^5 = 40.951\%$
- c) $2 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 18\%$
- d) $0.9 \cdot 0.05 = 4.5\%$
- e) $0.9 \cdot 0.95 = 85.5\%$
- f) $0.855^n < 0.01 \Rightarrow n > \frac{\log(0.01)}{\log(0.855)} = 29.40$, donc 30 voyageurs
- g) $\frac{0.1}{0.145} = 68.97\%$