

LDDR- Niveau 2: TE 13 – Calcul Integral

3MG06.N2.3.1819

Nom :

MATHEMATIQUES

Série B

Problème 1 2.0 points

En intégrant deux fois par parties, calculer une primitive de $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(3x)$

Problème 2 2.0 points

Soit $I_n = \int_0^{+\infty} x^n \cdot e^{-3x} dx$, où n entier ≥ 0

- En intégrant par parties, montrer que $I_n = \frac{n}{3} \cdot I_{n-1}$
- Calculer I_0 . En déduire I_1, I_2 et I_3 .

Problème 3 1.5 points

a) Calculer $\int \frac{1}{x \cdot \ln^2(2x)} dx$

b) En déduire $\int_{\frac{e}{2}}^{+\infty} \frac{1}{x \cdot \ln^2(2x)} dx$

Problème 4 2.5 points

Calculer $\int_0^2 x^2 \cdot \sqrt{4 - x^2} dx$

Indication

Pour trouver une primitive,

faire le changement de variable $x = 2 \sin(t)$, puis utiliser $\sin(t) \cos(t) = \frac{1}{2} \sin(2t)$ et faire le changement de variable $u = 2t$, puis utiliser le Formulaire et Tables.

Problème 5 2.0 points

- Trouver le polynôme de Taylor d'ordre 4 en $a = \frac{\pi}{2}$

de $f(x) = e^{\sin(x) - 1} = \exp(\sin(x) - 1)$

Indication

$$f''(x) = e^{\sin(x) - 1} (\cos^2(x) - \sin(x)) ; f^{(3)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 ; f^{(4)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$$

- Trouver le polynôme de Taylor d'ordre 2 en $a = \pi$ de $g(x) = \cos^2(x)$

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(x) - 1}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin(x) - 1} - 1}{\cos^2(x)}$