

LJP : TE 13 – Etude de Fonction

3M12

T.E.2 : Fonctions exp/log

28.10.15

Exercice 1

Calculer les limites suivantes **en justifiant vos réponses** :

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{3x}}{x^2} = \left[\frac{0^+}{+\infty} \right] = 0^+$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 - 2)}{-3x + 1} = \left[\frac{+\infty}{-\infty} \right] = 0^-$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x^5 - 1) = 0^+(-\infty) = 0^-$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x^3} = \left[\frac{-\infty}{0^+} \right] = -\infty$$

Exercice 2

On donne la fonction $y = (x^2 - 1) \cdot e^{-3x}$

- a) Calculer les limites en $\pm\infty$.
- b) Calculer les intersections avec les axes.
- c) Etablir le tableau des signes.
- d) Calculer la dérivée.

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)e^{-3x} = [+\infty \cdot 0^+] = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 1)e^{-3x} = [+\infty \cdot (+\infty)] = +\infty$$

$$b) O_x: y = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)e^{-3x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \quad (\text{car } e^{-3x} > 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1 \quad (1, 0) \quad (-1, 0)$$

$$O_y: x = 0 \quad y = -1 \cdot e^0 = -1 \cdot 1 = -1 \quad (0, -1)$$

$$c) \begin{array}{c|cccc} & -\infty & -1 & 1 & +\infty \\ \hline f & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$d) f'(x) = 2x e^{-3x} - 3(x^2 - 1)e^{-3x} = e^{-3x} (2x - 3x^2 + 3) =$$

$$= e^{-3x} (-3x^2 + 2x + 3)$$

Exercice 3

On donne la fonction $y = \ln(-2x^2 - 7x + 4)$

- 1) Chercher le domaine de définition.
- 2) Calculer la dérivée.
- 3) Trouver les coordonnées de(s) point(s) à tangente horizontale.
- 4) Etablir le tableau de croissance de la fonction.

$$1) -2x^2 - 7x + 4 > 0$$

$$\Delta = 81 \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm 9}{-4} = \begin{matrix} -4 \\ 1/2 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c} -4 \quad 1/2 \\ - \quad \circ \quad + \quad \circ \quad - \end{array}$$

$$D_f =]-4; 1/2[$$

$$2) f'(x) = \frac{-4x - 7}{-2x^2 - 7x + 4}$$

$$3) P_{TH} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$$

$$f\left(-\frac{7}{4}\right) = \ln\left(-2 \cdot \frac{49}{16} + \frac{49}{4} + 4\right) = \ln \frac{81}{8} \approx 2.3$$

$$4) \begin{array}{c} \begin{array}{c|ccc|c} & -4 & -7/4 & 1/2 & \\ \hline f' & \text{shaded} & + & \circ & - \\ & \nearrow & & \searrow & \\ & & \text{Max} = f(-7/4) & & \end{array} \end{array}$$