LJP – TE 12 – Etude de Fonction - Solutions

Lycée Jean-Piaget
Mathématiques
Nom : ....
Prénom : ....

CORRIGÉ

3M5
TE n. 3

tot. /55

Rédigez ce travail au stylo. *La calculatrice est autorisée. Les détails de vos calculs sont* ***exigés****.*
Une réponse qui ne les fournit pas, aussi correcte soit-elle, ne sera pas prise en considération.

Exercice 1 (19 points)
Calculez la valeur des limites suivantes (le signe du résultat doit être indiqué).
Lorsqu'il y a une forme indéterminée, indiquez-la et, le cas échéant, cochez la case : CLP, CEP, CLE.

	Limite	**CEP**	**CLP**	**CLE**
1 3	$\lim_{x\to+\infty}(x-\ln x) = [+\infty - \infty] = +\infty$		✓	
2 3	$\lim_{x\to+\infty} 9(1-x)^{100}\left(\frac{7}{17}\right)^{x^6} = [+\infty \cdot 0^+] = 0^+$	✓		
3 2	$\lim_{x\to7^+} \log(x-7)+x^2 = [-\infty + 49] = -\infty$			
4 3	$\lim_{x\to+\infty} 26^{-x}\cdot\log_2(x-13) = [0^+ (+\infty)] = 0^+$			✓
5 3	$\lim_{x\to+\infty} \frac{450+\ln(200+x^{20})}{x} = \left[\frac{+\infty}{+\infty}\right] = 0^+$		✓	
6 2	$\lim_{x\to+\infty} 6^{3/(x-10)}\cdot\log_4(1/x) = [1^+ (-\infty).] = -\infty$			
7 3	$\lim_{x\to0^+} (1-e^x)\cdot\log_{0,1} x = [0^- \cdot (+\infty)] = 0^-$			✓

Exercice 5 (7 points)

Soit la fonction f d'équation : $y = f(x) = \frac{x-1}{1+e^x}$.

Déterminez l'équation de ses éventuelles asymptotes horizontales et de celles verticales.

Montrez vos calculs ainsi que l'analyse de la situation.

BONUS

Déterminez l'équation des éventuelles asymptotes obliques. Expliquez...

$e^x + 1 = 0 \Rightarrow e^x = -1$ imp.

$D_f = \mathbb{R}$

1) A.V. il n'y en a pas car $D_f = \mathbb{R}$ (pas de V.E)

2) A.H. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-1}{1+e^x} = \left[\frac{-\infty}{1+0^+}\right] = -\infty \Rightarrow$ pas d'A.H. au $-\infty$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-1}{1+e^x} = \left[\frac{+\infty}{+\infty}\right] \overset{CEP}{=} 0^+ \Rightarrow y = 0$ est AH au $+\infty$

BONUS

S'il y a une A.O. elle est au $-\infty$ et son éq. est $y = mx + h$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \left[\frac{-\infty}{-\infty}\right] = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-1}{x(1+e^x)} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-1}{x} = 1$

$\Rightarrow$ s'il y a une A.O., sa pente vaut 1

$\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - 1 \cdot x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x-1}{1+e^x} - x\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-1-x-xe^x}{1+e^x} =$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-1-xe^x}{1+e^x} = \left[\frac{-1+\infty \cdot 0^+}{1+0^+}\right] \overset{CEP}{=} \left[\frac{-1+0^+}{1}\right] = -1 = h$

$\Rightarrow y = x - 1$ est A.O au $-\infty$

Exercice 4 (9 points)

Soit la fonction g d'équation $y = g(x)$ et dont on connaît les informations suivantes :

1. **Domaine=R**
2. **Tableaux des signes de** $g(x)$; $g'(x)$; $g''(x)$ **:**

x		**-4**		**0**		**4**		**6**	
$g(x)$	**−**	**0**	**+**	**3**	**+**	**4**	**+**	**2**	**+**
$g'(x)$	**+**	**+**	**+**	**+**	**+**	**0**	**−**	**−**	**−**
$g''(x)$	**−**	**−**	**−**	**−**	**−**	**−**	**−**	**0**	**+**

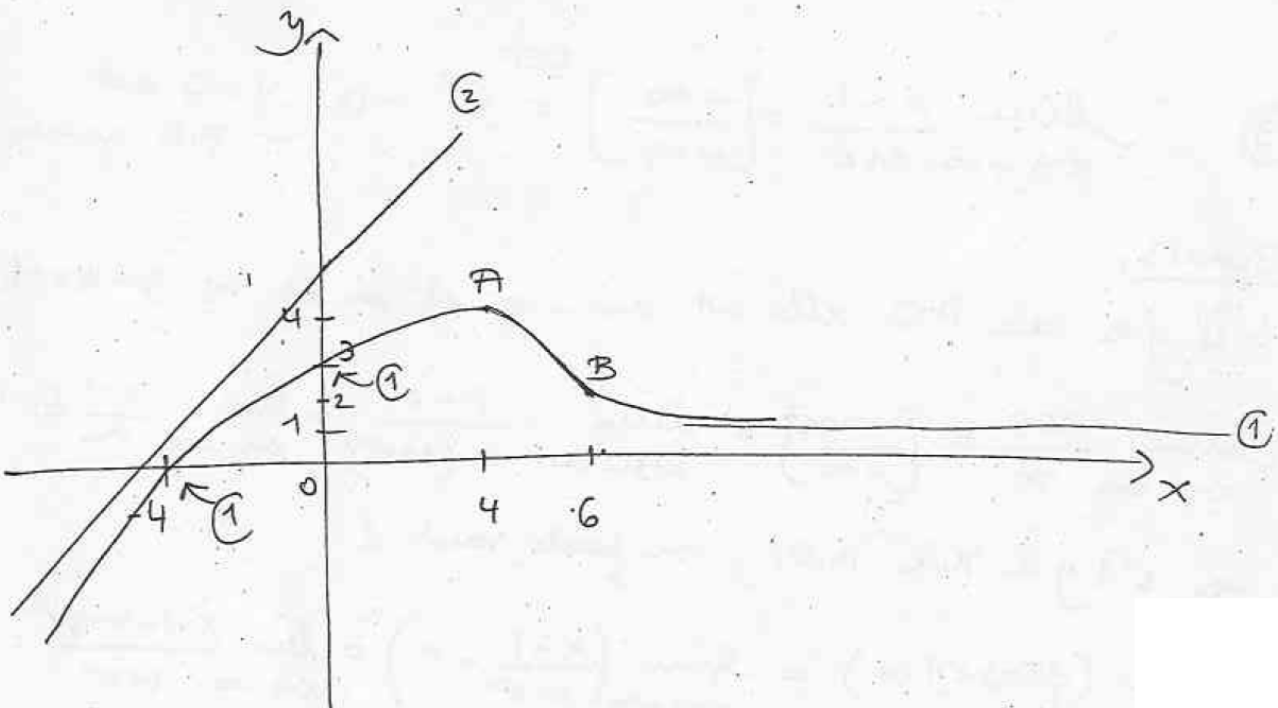
3. **Equation des asymptotes :**

- ✓ $y = \frac{3}{4}x + 5$(au $-\infty$)
- ✓ $y = 1$ (au $+\infty$).

a. Esquissez le graphe de la fonction g et de ses asymptotes.

b. Indiquez sur le graphe les éventuels points de : maximum, minimum, inflexion.

c. Donnez les coordonnées de ces points. 1 1



A(4;4)

B(6;2)

Exercice 2 (13 points)

Soit f la fonction d'équation : $y = f(x) = \frac{\ln x}{10x}$.

Déterminez le tableau de croissance et les coordonnées des éventuels points de maximum et de minimum de la fonction donnée.

1) $D =]0;+\infty[$

3) $f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}\cdot 10x - \ln x \cdot 10}{(10x)^2} = 10\,\dfrac{1-\ln x}{100x^2} = \dfrac{1-\ln x}{10x^2}$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow 1-\ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

3) $f'(x) > 0 \Rightarrow 1-\ln x > 0$ (car $10x^2 > 0 \ \forall x \in D$)

$\ln x < 1 \Rightarrow x < e$

2)

x	0		e	
$f'(x)$	$\nexists$	$+$	0	$-$
f	$\nexists$	$\nearrow$	M	$\searrow$

M est un max

$M(e;\ 1/10e)$ 2

$f(e) = \dfrac{1}{10e}$

Exercice 3 (7 points)

Dressez le tableau de courbure de la fonction d'équation : $y = f(x) = ex - \ln x$.

1) $y' = e - \frac{1}{x}$; 1) $y'' = \frac{1}{x^2}$; 1) $D =]0;+\infty[$

1) $y'' = 0$ si $\frac{1}{x^2} = 0$ imp.

1) $y'' > 0$; $x^2 > 0 \ \forall x \in D$

2)

x	0	
y''	$\nexists$	$+$
f	$\nexists$	$\cup$