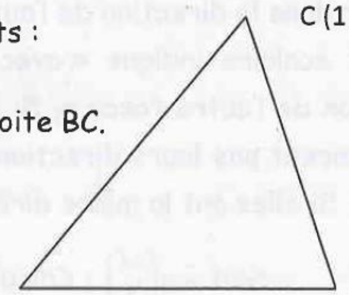
Chapitre 3 – Géométrie plane

Révisions

Exercice 1 : Un triangle est donné par ses 3 points :

- Trouvez les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
- Etablir l'équation paramétrique de la droite BC.
- Etablir l'équation cartésienne de BC.



Exercice 2 : Calculer la longueur des côtés du triangle ABC avec A(0 ;2), B(-7 ;0), C(4 ;-2)

Exercice 3 :

1) Dans un repère orthonormé, placer **les points, les droites et les vecteurs** suivants :

   $A(4;2)$ $\qquad B(-5;3)$ $\qquad \overrightarrow{BD}=\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$

   $\vec{v}=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ $\qquad d_1: x-2y+11=0$ $\qquad d_2: \begin{cases}x=1+3\lambda\\y=4-2\lambda\end{cases}$

2) Donner **les coordonnées** du point D (lire sur le dessin). Comment les obtient-on par calculs ?
3) Par calculs, donner les **équations fonctionnelles** des droites d_1 et d_2 puis calculer les coordonnées du **point d'intersection** K.
4) Établir l'équation cartésienne de la droite d_3 passant par A et B.
5) Soit le vecteur $\overrightarrow{AC}=-11\vec{e}_1$: trouver **les composantes** de ce vecteur, le dessiner puis en déduire les coordonnées du point C.
6) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{DC}$. Que dire de la figure $ABCD$?
7) Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABD.

Exercice 4 : Représenter le triangle et le quadrilatère suivants dans un repère orthonormé puis à l'aide du déterminant, calculer leurs surfaces.

1) Triangle TRI *avec* $T(-12;15)$, $R(0;-8)$, $I(25;8)$.
2) **Exercice supplémentaire :**

   Quadrilatère QUAD avec Q(0; 5), U(9; 7), A(18; 10), D(10; 18).

Produit scalaire

Le produit scalaire de deux vecteurs évalue l'intensité de la contribution d'un vecteur dans la direction de l'autre. Si l'on imagine qu'un vecteur est une force, le produit scalaire indique « avec quelle intensité l'une des forces agit dans la direction de l'autre force ». Si les deux forces sont perpendiculaires alors elles n'influencent pas leurs directions respectives, ce qui fait que le produit scalaire est nul. Si elles ont la même direction, la contribution est maximale.

Exercice 5 : Soit $\vec{a}=\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$; Calculer les composantes des vecteurs suivants :

$\vec{i}$ unitaire de même direction et de même sens que $\vec{a}$

$\vec{j}$ unitaire de même direction et de sens opposé à $\vec{a}$

$\vec{v}$ de norme égale à $\sqrt{3}$, parallèle à $\vec{a}$ et de même sens

$\vec{w}$ de norme égale à $\sqrt{100}$, parallèle à $\vec{a}$ et de sens opposé

Exercice 6 : Sur un système d'axe, placez les points suivants : A(1 ;3) B(-7 ;1) C(-5 ;-4) D(5 ; -2,5) E(-5 ;-2)

Partant du point A, dessinez le vecteur $\vec{a}=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

Partant du point B, dessinez le vecteur $\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\6,5\end{pmatrix}$ et $\vec{d}=\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$

Partant du point C, dessinez le vecteur $\vec{e}=\begin{pmatrix}-5,5\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{f}=\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$

Partant du point D, dessinez le vecteur $\vec{g}=\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{h}=\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$

Partant du point E, dessinez le vecteur $\vec{i}=\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{j}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Effectuez les projections orthogonales suivantes : $\vec{b}$ sur $\vec{a}$

$\vec{d}$ sur $\vec{c}$

$\vec{f}$ sur $\vec{e}$

$\vec{h}$ sur $\vec{g}$

$\vec{j}$ sur $\vec{i}$

Calculez : $\|\vec{a}\|\cdot b'$ $\|\vec{c}\|\cdot d'$ $\|\vec{e}\|\cdot f'$ $\|\vec{g}\|\cdot h'$ $\|\vec{i}\|\cdot j'$

(où b' est la longueur de la projection de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$, d' la longueur de la projection de $\vec{d}$ sur $\vec{c}$ etc...)

Selon le modèle suivant : $\vec{a}\bullet\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}=a_1b_1+a_2b_2$

Calculez : $\vec{a}\bullet\vec{b}$ $\vec{c}\bullet\vec{d}$ $\vec{e}\bullet\vec{f}$ $\vec{g}\bullet\vec{h}$ $\vec{i}\bullet\vec{j}$ et comparez avec les valeurs calculées plus haut

Commentaires !!!!!!!!!!!

Exercice 7 :

1) Prenons $\vec{a} = \binom{6}{0}$ et $\vec{b} = \binom{4}{2}$

Mesurer sur le dessin :

$\|\vec{a}\| = \_\_\_\_\_\_$ $\quad b' = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot b' = \_\_\_\_\_\_ .$

$\|\vec{b}\| = \_\_\_\_\_\_$ $\quad a' = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{b}\| \cdot a' = \_\_\_\_\_\_ .$

$\alpha = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos(\alpha) = \_\_\_\_\_\_ .$

2) Prenons $\vec{a} = \binom{4}{3}$ et $\vec{b} = \binom{4}{1}$

Mesurer sur le dessin :

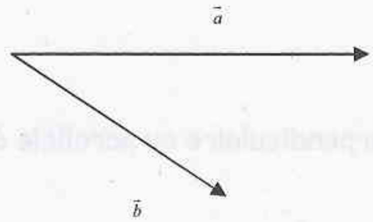
$\|\vec{a}\| = \_\_\_\_\_\_$ $\quad b' = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot b' = \_\_\_\_\_\_ .$

$\|\vec{b}\| = \_\_\_\_\_\_$ $\quad a' = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{b}\| \cdot a' = \_\_\_\_\_\_ .$

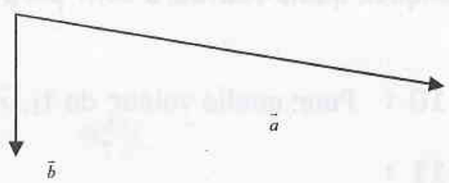
$\alpha = \_\_\_\_\_\_$ $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos(\alpha) = \_\_\_\_\_\_ .$

Exercice 8 : Evaluez les produits scalaires demandés (en mesurant, unité 1 cm) :

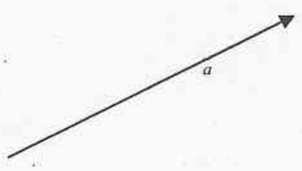
1) $\vec{a} \circ \vec{b}$



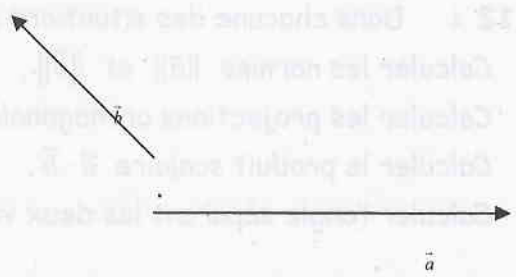
2) $\vec{a} \circ \vec{b}$



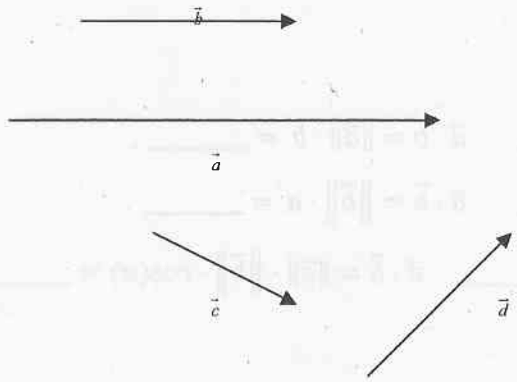
3) $\vec{a} \circ \vec{a}$



4) $\vec{a} \circ \vec{b}$



5) $\vec{a}\circ\vec{b}$ $\vec{c}\circ\vec{d}$ $\vec{c}\circ\vec{a}$ $\vec{a}\circ\vec{d}$



Exercice 9 : Calculez les produits scalaires proposés (dans (O ; $\vec{e_1}$; $\vec{e_2}$) orthonormé).

$\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{c}=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ $\vec{d}=\begin{pmatrix}5\\-4\end{pmatrix}$ $\vec{f}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$

$\vec{a}\bullet\vec{b}$

$\vec{a}\bullet(\vec{c}-\vec{d})$

$3\vec{c}\bullet10\vec{f}$

$\vec{d}\bullet\vec{f}$

$(\vec{b}+\vec{c})\bullet\vec{e_2}$

Indiquez quels vecteurs sont perpendiculaires

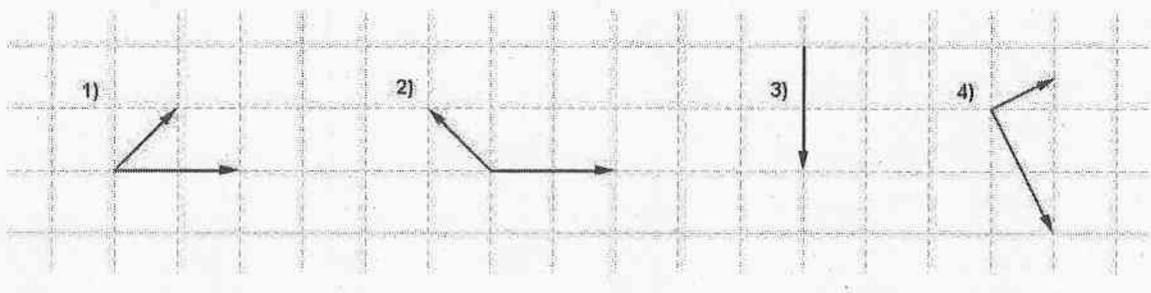
Exercice 10 : Pour quelle valeur de t_1, $\vec{t}=\begin{pmatrix}t_1\\2\end{pmatrix}$ est-il perpendiculaire ou parallèle à $\vec{v}=\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$?

Exercice 11 :

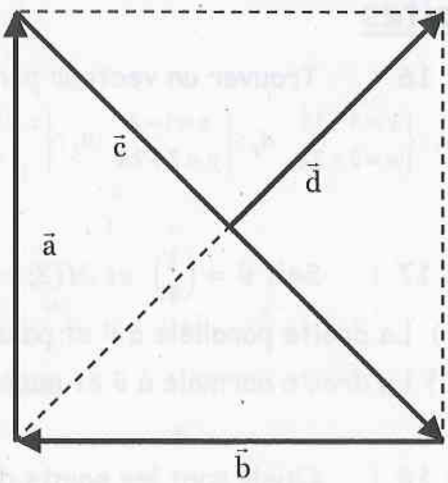
1) Calculer l'angle entre les vecteurs $\vec{a}=\binom{6}{0}$ $et\ \vec{b}=\binom{4}{2}$.
2) Calculer l'angle entre les vecteurs $\vec{a}=\binom{4}{3}$ $et\ \vec{b}=\binom{4}{1}$.

Exercice 12 : Dans chacune des situations suivantes :

i. Calculer les normes $\|\vec{a}\|$ et $\|\vec{b}\|$.
ii. Calculer les projections orthogonales a' et b'.
iii. Calculer le produit scalaire $\vec{a}\cdot\vec{b}$.
iv. Calculer l'angle séparant les deux vecteurs.



Exercice 13 : Le carré ci-contre a un côté de 6 unités.



1) Déterminer les produits scalaires suivants par la méthode **géométrique** (multiplication de la norme de l'un par la norme de la projection orthogonale de l'autre) :

   $\vec{a}\cdot\vec{b}$ $\quad$ $\vec{a}\cdot\vec{c}$ $\quad$ $\vec{a}\cdot\vec{d}$

   $\vec{b}\cdot\vec{c}$ $\quad$ $\vec{b}\cdot\vec{d}$ $\quad$ $\vec{c}\cdot\vec{d}$

2) Déterminer les composantes de chacun de ces 4 vecteurs.
3) Vérifier les produits scalaires du point 1) en travaillant cette fois avec les composantes (méthode **algébrique**).
4) Calculer une troisième fois ces produits scalaires en décidant cette fois-ci que la longueur du côté du carré est k.

Exercice 14 : On donne 3 vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{c}=\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$

Calculer la valeur des produits scalaires suivants :

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$	2) $\vec{b}\cdot\vec{a}$	3) $3\vec{a}\cdot\vec{b}$
4) $\vec{a}\cdot 3\vec{b}$	5) $\vec{a}\cdot\vec{c}$	6) $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})$
7) $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$	8) $\vec{a}+(\vec{b}\cdot\vec{c})$	

Exercice 15 : Considérer les vecteurs $\vec{a}=\binom{5}{2}$ et $\vec{b}=\binom{x}{9}$.

1) Dans le cas particulier où $x = 2$: calculer leur produit scalaire et l'angle qui les sépare.
2) Quelle valeur donner à x pour que ces vecteurs forment un angle droit ?
3) Quelle valeur donner à x pour que ces vecteurs soient parallèles ?

Droites

Exercice 16 : Trouver un vecteur perpendiculaire aux droites

$d_1 : \begin{cases} x = 5 - 3\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$ $d_2 : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$ $d_3 : \begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = \lambda \end{cases}$

Exercice 17 : Soit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $M(2; -2)$, alors :

1) La droite parallèle à $\vec{v}$ et passant par M a pour équation ?
2) La droite normale à $\vec{v}$ et passant par M a pour équation ?

Exercice 18 : Quels sont les points de la droite x-4 = 0 qui se trouvent à distance $5\sqrt{2}$ de T(-1 ;3) ; Idem avec le point S(-6 ;0)

Exercice 19 : Déterminer l'équation cartésienne de la droite qui passe par A(5 ;-2) et qui est perpendiculaire à la droite passant par R(0 ;2) et T(-1 ;-3)

Exercice 20 : Pour chacune des droites ci-dessous, donner l'équation normale de la droite, donner le vecteur unitaire perpendiculaire

a) $3x - 4y + 8 = 0$

b) $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$

c) $x - 3 = 0$

d) $y = mx + h$

Exercice 21 : Considérer le point A(4 ; 5) et la droite d : y = 4x - 1.

1) Donner une équation de la droite p, perpendiculaire à d et passant par A.
2) Chercher les coordonnées du point A', intersection de d et de p.
3) Calculer la distance séparant A et A'.
4) Donner l'équation normale de la droite d :
$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 0$$
5) Remplacer les coordonnées du point A dans le membre de gauche de l'équation normale de la droite d et commenter le résultat obtenu.

Conclusion : la distance AA' correspond à la distance entre le point A et la droite d.

Exercice 22 : La droite m : 20x + 16y - 73 = 0 est la médiatrice du segment EF avec E(5 ;6). Calculer F.

Exercice 23 : Soit le triangle ABC avec A (-1 ;1), B (-1 ;-2) et C (3 ;-1)

a) Chercher l'équation cartésienne de la médiatrice du côté AC
b) Chercher l'équation cartésienne de la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$
c) Calculer l'aire de ABC

Exercice 24 : On considère le triangle ABC dont les sommets sont $A(0;6)$, $B(4;3)$, $C(-1;0)$.

1) Illustrer ce triangle sur un croquis.
2) Donner les équations fonctionnelles des droites suivantes :

   d_1 : côté AB ;

   d_2 : médiatrice du côté AB ;

   d_3 : médiane issue de C ;

   d_4 : hauteur h du triangle passant par le point C .
3) Calculer la surface du triangle à l'aide du déterminant.
4) Calculer cette même surface par la géométrie élémentaire ($S=\frac{b\cdot h}{2}$).

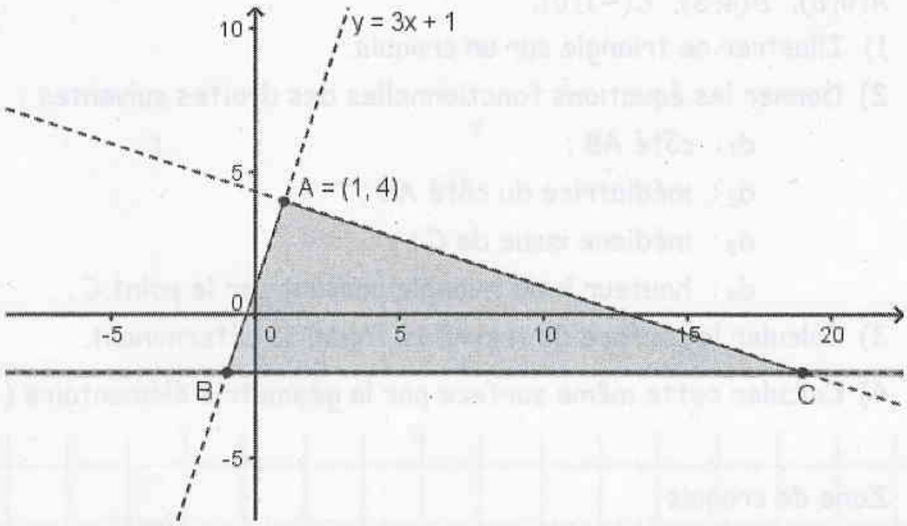
Zone de croquis

Exercice 25 : On donne le triangle ABC A(2 ;0), B(0 ;7), C(5 ;3)

1) Le centre K du cercle circonscrit à ABC est l'intersection de quelles droites particulières ? Trouver ce centre?
2) Vérifier $\|\overrightarrow{KA}\|=\|\overrightarrow{KB}\|=\|\overrightarrow{KC}\|$

Exercice 26 : L'illustration ci-dessous présente un triangle rectangle. Le côté BC est horizontal, l'équation du côté AB est donnée ainsi que les coordonnées du point A. L'ordonnée des points B et C vaut -2.

Par calcul, **retrouver toutes les informations manquantes** (coordonnées des sommets, équations des côtés, mesure des angles, longueur des côtés, périmètre et surface) !



Exercice 27 : **Exercice Supplémentaire** : Considérer les points A(-1 ; 5) et B(3 ; 3) ainsi que les vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$

Trouver **rapidement** des équations cartésiennes des 6 droites suivantes :

d_1 : passe par A, parallèle $\vec{a}$	d_2 : passe par A, perpendiculaire à $\vec{a}$
d_3 : passe par B, parallèle $\vec{b}$	d_4 : passe par B, perpendiculaire à $\vec{b}$
d_5 : passe par A et B	d_6 : médiatrice du segment AB

Exercice 28 : Considérer la droite d'équation $d_1 : 5x + 2y - 9 = 0$.

1) Trouver un vecteur normal, un vecteur directeur et la pente de cette droite.
2) Établir l'équation d'une parallèle à d1 passant par le point P(-4 ; 7).
3) Quelle distance sépare d1 de sa parallèle ?
4) Ajoutons à présent la droite $d2 : -4x + y - 5 = 0$. Quel angle sépare d1 et d_2 ?

Exercice 29 : Déterminer la valeur de k pour que les droites d'équations

$$kx + (k - 1)y - 2(k + 2) = 0 \quad \text{et} \quad 3kx - (3k + 1)y - (5k + 4) = 0$$

soient perpendiculaires. Calculer alors les coordonnées de leur point d'intersection.

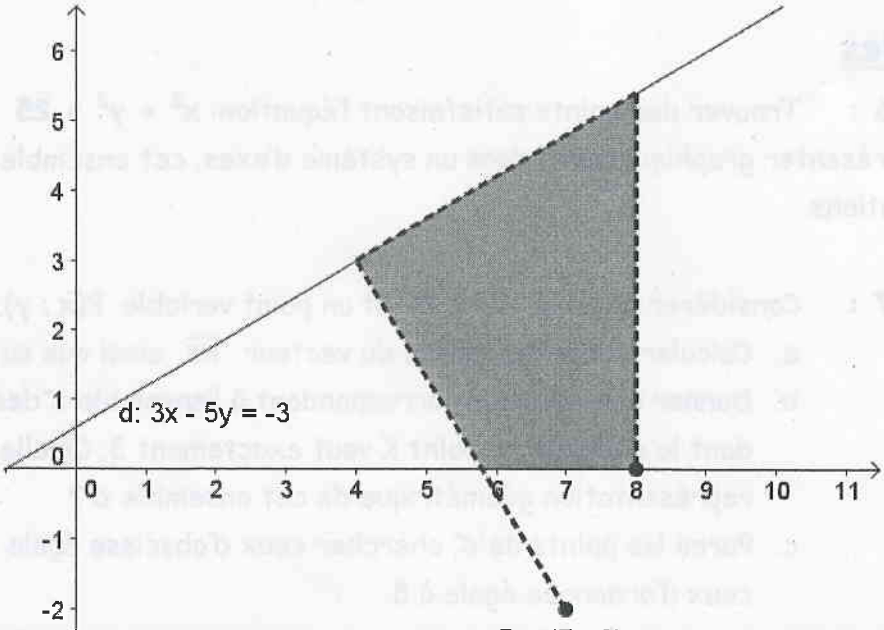
Exercice 30 : Trouver le symétrique du point A(8 ; 2) par rapport à la droite d d'équation $x + y - 1 = 0$.

Exercice 31 : Calculer la distance des deux droites parallèles d_1 et d_2 :

$d_1 : 3x + 4y - 13 = 0$ $\qquad$ $d_2 : 3x + 4y - 3 = 0$

Exercice 32 : Soit les points A(0 ; 4), B(3 ; -2), C(-3 ; 4) et D(-6 ; -4). Déterminer le point P de la droite (CD) équidistant de A et de B.

Exercice 33 :



Un promeneur part du point P et se rend, par le plus court chemin, sur la droite d ; il suit alors cette droite jusqu'au point d'abscisse 8 puis redescend verticalement sur l'axe Ox.

1) Quelle est la longueur du chemin ainsi parcouru ?
2) Une fois arrivé à destination, à quelle distance se trouve-t-il de la droite d ?
3) Et quelle distance le sépare de son point de départ ?

Exercice 34 : On donne un triangle par les équations de ses côtés :

$a : 5x - 12y + 7 = 0$ $\qquad$ $b : x + 21y - 22 = 0$ $\qquad$ $c : 4x - 33y + 146 = 0$

1) Calculer la distance du centre de gravité du triangle à la droite *a*.
2) Quelle est la mesure du plus grand angle de ce triangle ?
3) Quelle est la surface de ce triangle ?

<u>Indication</u> : les coordonnées du centre de gravité sont égales à la moyenne des coordonnées des trois sommets du triangle.

Exercice 35 : **Exercice supplémentaire** : Soient la droite $d: 2x - 3y + 5 = 0$ et les points $A(4;2)$ *et* $B(-1;3)$.

1) Donner l'équation de la droite parallèle à d passant par A. (solution $2x - 3y - 2 = 0$)

2) Donner l'équation de la droite perpendiculaire à d passant par B. (solution $3x + 2y - 3 = 0$)

3) Donner l'équation de la droite AB. (solution $x + 5y - 14 = 0$)

4) Donner l'équation de la médiatrice AB. (solution $-5x + y + 5 = 0$)

Cercles

Exercice 36 : Trouver des points satisfaisant l'équation $\mathbf{x^2 + y^2 = 25}$ et représenter graphiquement, dans un système d'axes, cet ensemble de solutions.

Exercice 37 : Considérer le point K(2 ; 7) et un point variable P(x ; y).

a. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{KP}$ ainsi que sa norme.

b. Donner une équation correspondant à l'ensemble $\mathcal{C}$ des points dont la distance au point K vaut exactement 3. Quelle est la représentation géométrique de cet ensemble $\mathcal{C}$?

c. Parmi les points de $\mathcal{C}$, chercher ceux d'abscisse égale à 2 ; puis ceux d'ordonnée égale à 8.

Exercice 38 : Quelle est l'équation du cercle dont le centre est situé sur Ox et sur d : x - 2y + 4 = 0 et passant par A(1 ;-1) ?

Exercice 39 : Rechercher le centre et le rayon de chaque cercle

$\mathcal{C}_1 : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 8 = 0$

$\mathcal{C}_2 : x^2 + y^2 + x - 4 = 0$

$\mathcal{C}_3 : x^2 + y^2 + 2x - 4y + 7 = 0$

Exercice 40 :

1) Donner l'équation cartésienne d'un cercle de centre K(3 ; -5) et de rayon r = 6.

2) Trouver le centre K et le rayon du cercle d'équation $\mathbf{(x+4)^2 + (y+1)^2 - 121 = 0}$.
Calculer P_1 et P_2 : les intersections de ce cercle avec l'axe Ox.
Que valent $\|\overrightarrow{KP_1}\|$ et $\|\overrightarrow{KP_2}\|$?

3) Trouver le centre K et le rayon du cercle d'équation $\mathbf{x^2 - 6x + y^2 + 4y - 12 = 0}$.

4) Calculer les points d'intersections entre le cercle d'équation $\mathbf{(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25}$ et la droite d'équation $\mathbf{7x - y + 12 = 0}$.

Exercice 41 : Pour quelles valeurs de k, la droite y = kx est-elle tangente à $x^2+y^2-10x+16=0$?

Exercice 42 : On donne le triangle ABC A(2 ;0), B(0 ;7), C(5 ;3). Trouver le centre K du cercle circonscrit à ABC en utilisant une équation de cercle passant par A, B et C. Comparez vos résultats avec ceux obtenus à l'exercice 24.

Exercice 43 : **Exercice supplémentaire** : On considère les points A(7;-1), B(6;4) et C(4;-4). Le but est d'établir l'équation du cercle passant par ces trois points.

1) Établir l'équation de la médiatrice de AB ;
2) Établir l'équation de la médiatrice de BC ;
3) Calculer l'intersection des deux médiatrices : il s'agit du centre du cercle recherché !
4) Trouver le rayon du cercle et établir son équation.
5) Vérifier que les points A, B et C appartiennent bien au cercle trouvé.

Exercice 44 : Déterminer les équations des cercles suivants :

1) Centré à l'origine et de rayon 4 ;
2) De centre C(4 ; -2) et de rayon 3 ;
3) De centre C(5 ; -6) et passant par l'origine ;
4) De centre C(-4 ; 5) et passant par le point A(1 ; -2) ;
5) De diamètre AB avec A(3 ; 2) et B(-1 ; 6) ;
6) Centré à l'origine et tangent à la droite 3x + 4y - 15 = 0 ;
7) De centre C(1 ; -1) et tangent à la droite 5x - 12y + 9 = 0 ;
8) Passant par les points A(3 ; 1) et B(-1 ; 3) et ayant son centre sur la droite 3x - y - 2 = 0 ;
9) Passant par les points A(-1 ; 5) , B(-2 ; -2) et C(5 ; 5).

Exercice 45 : Déterminer les équations des cercles de rayon 5 dont les centres sont sur la droite **2x+y-1=0** et qui sont tangents à la droite **3x+4y-34=0**.

Exercice 46 : Pour quelle valeur de m la droite y = mx est-elle tangente au cercle $(x-5)^2+y^2-9=0$?

Exercice 47 : Soit $\mathrm{d}_1: 5\mathrm{x}+12\mathrm{y}-2=0$; $\mathrm{d}_2: 3\mathrm{x}+4\mathrm{y}+2=0$ et $\mathcal{C}: (x-13)^2+(y-11)^2=65$. Trouver sur $\mathcal{C}$ un point équidistant de d_1 et d_2.

Exercice 48 : Considérons les cercles suivants :

c_1 : $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$ c_2 : $(x - 2)^2 + (y - 14)^2 = 169$

1) Déterminer le centre et le rayon de chaque cercle ;
2) Calculer la distance séparant les deux centres. Les cercles se coupent-ils ?
3) Donner l'équation de l'axe radical de ces cercles.

<u>Rappel théorique</u> : il s'agit d'une droite dont l'équation s'obtient par égalisation des équations cartésiennes des cercles. Si les cercles se coupent, l'axe radical passe nécessairement par les points d'intersections.

4) Calculer les points d'intersection entre c_1 et l'axe radical. Vérifier que les deux points obtenus appartiennent bien également à c_2.

Exercice 49 : On considère le cercle de rayon 5 centré en (2 ; 3).

1) Vérifier que $2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y = 24$ est bien une équation de ce cercle !
2) Donner l'équation de la tangente à ce cercle au point (6 ; 0).
3) Chercher la distance séparant ce cercle de la droite $x + 3y - 58 = 0$; la droite coupe-t-elle le cercle ?
4) Chercher un point du cercle d'abscisse égale à 4, ainsi que le point diamétralement opposé.

Exercice 50 : Soit $\mathcal{C}$, un cercle de centre K (4 ;0) et de rayon $r = \sqrt{10}$

$d_1 : x + 3y + 6 = 0$

$d_2 : 2x - y - 3 = 0$

Etudier la position relative du cercle avec :

a) d_1
b) d_2
c) l'axe Ox
d) l'axe Oy

Exercice 51 : **Exercice supplémentaire** : Trouver l'équation de $\mathcal{C}$, cercle passant par A (5 ;6), de rayon $r = \sqrt{2}$ et tangent à d : $x - y + 3 = 0$

Exercice 52 : Soit le cercle $\mathcal{C}: (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 10$, trouver l'équation des tangentes à $\mathcal{C}$ de pente 3.

Exercice 53 : Déterminer l'axe radical des 2 cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, dessiner les cercles et l'axe radical

$\mathcal{C}_1 : x^2 + y^2 = 16$

$\mathcal{C}_2 : (x - 6)^2 + y^2 = 9$

Exercice 54 : On considère l'expression $P=(x-5)^2+(y+2)^2-9$ où (x ;y) sont les coordonnées d'un point quelconque du plan. Quel est le lieu géométrique satisfaisant :

$P=0$

$P\succ 0$

$P\prec 0$

Exercice 55 : **Exercice supplémentaire (Difficile)**

Soit $\mathcal{C}_1 : x^2+y^2=5$ et $\mathcal{C}_2 : (x-15)^2+y^2=20$

a) Chercher les équations de toutes les tangentes communes aux deux cercles.

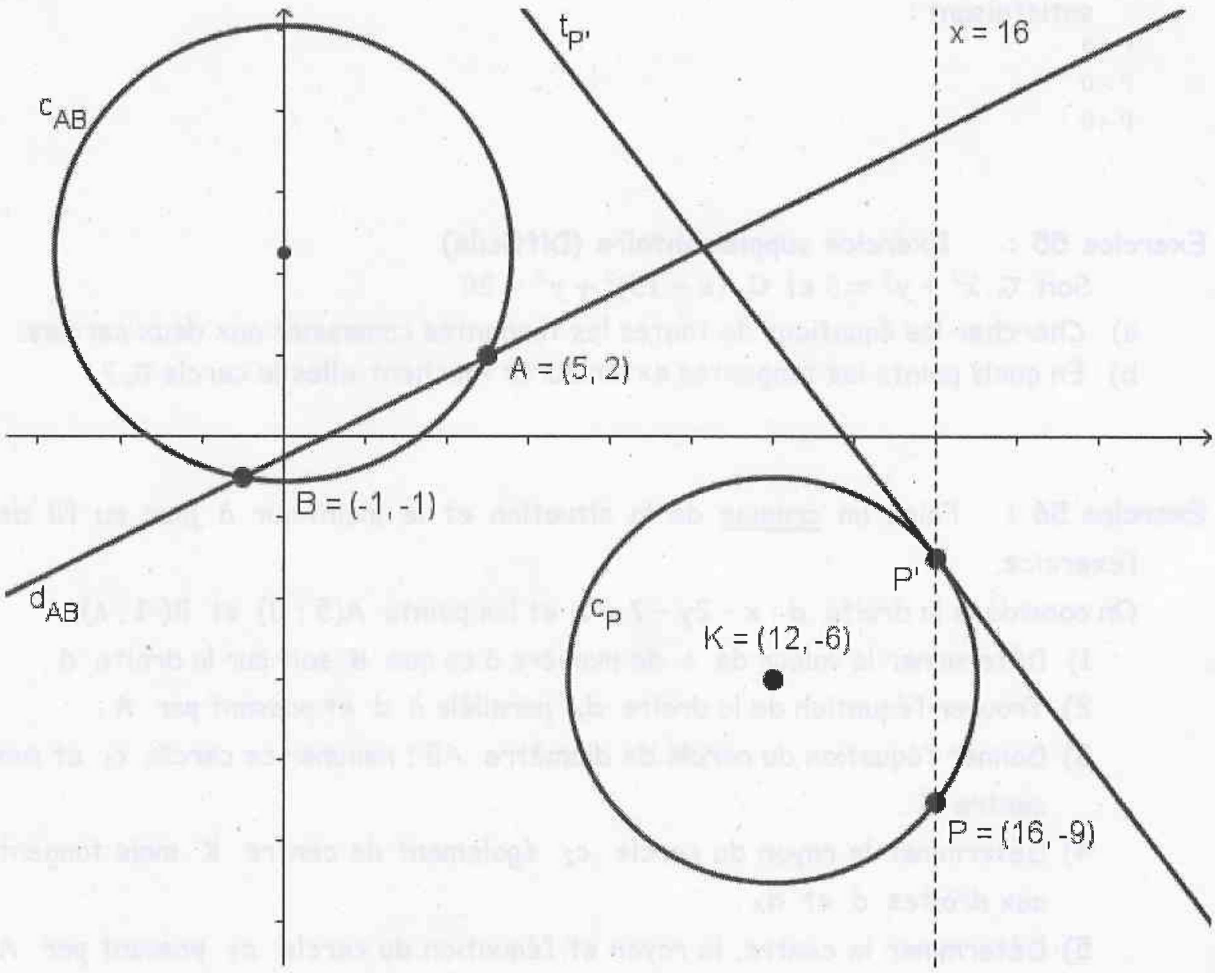
b) En quels points les tangentes extérieures touchent-elles le cercle $\mathcal{C}_2$?

Exercice 56 : Faire un croquis de la situation et le maintenir à jour au fil de l'exercice.

On considère la droite d : x - 2y - 7 = 0 et les points A(5 ; 0) et B(-1 ; λ).

1) Déterminer la valeur de λ de manière à ce que B soit sur la droite d .
2) Trouver l'équation de la droite d_A parallèle à d et passant par A .
3) Donner l'équation du cercle de diamètre AB ; nommer ce cercle c_1 et son centre K .
4) Déterminer le rayon du cercle c_2 également de centre K mais tangent aux droites d et d_A .
5) Déterminer le centre, le rayon et l'équation du cercle c_3 passant par A et K et dont le centre est sur l'horizontale y = 5.
6) Sans calculs, donner le point d'intersection évident entre c_1 et c_3 ; puis, par calculs, déterminer les coordonnées du second point d'intersection de ces deux cercles.
7) Déterminer les coordonnées du point A' appartenant au cercle c_1 et ayant la même abscisse que A (mais pas la même ordonnée !).
8) Donner l'équation de la tangente t au cercle c_1 au point d'abscisse A'.
9) Effectuer un dessin précis de tout ce qui a été fait et comparer avec le croquis.

Exercice 57 :



Donner les équations ou les coordonnées des objets géométriques suivants :

1) La droite d_{AB} passant par les points A et B ;
2) Le cercle c_{AB} passant par les points A et B, dont le centre se trouve sur l'axe Oy ;
3) Le cercle c_P de centre K passant par le point P ;
4) Le point P', se trouvant sur le cercle c_P et sur la verticale $x = 16$;
5) La droite $t_{P'}$: tangente au cercle c_P avec P' pour point de contact.

Répondre ensuite aux trois questions suivantes :

6) Quelle distance sépare les deux cercles ?
7) Quelle distance sépare Ox du cercle c_P ?
8) Quelle distance sépare le centre K de la droite d_{AB} ?

Exercice 58 : **Exercice supplémentaire** : Le cercle $\boldsymbol{c}: (\boldsymbol{x}-\mathbf{4})^2+(\boldsymbol{y}-\mathbf{3})^2-\mathbf{20}=\mathbf{0}$ et la droite $\boldsymbol{d}: \boldsymbol{x}-\mathbf{3}\boldsymbol{y}+\mathbf{15}=\mathbf{0}$ se coupent en deux points A et B. Trouver les équations des tangentes au cercle en A et en B.

Solution :
$A(6;7)\ \ et\ \ B(0;5)$
$t_A: x+2y-20=0\ \ et\ \ t_B: -2x+y-5=0$

Exercice 59 : **Exercice supplémentaire** : Déterminer les points d'intersections des cercles suivants :

$$c_1: x^2+y^2=36 \qquad et \qquad c_2: (x-5)^2+(y-2)^2=25$$

Solution :
$L'axe\ radicale\ a\ pour\ équation:\ \ 5x+2y-20=0.$

$I_1(1.7\,;\,5.75)\quad et\quad I_2(5.2\,;\,-3)$ *(arrondis)*

Exercice 60 : **Exercice supplémentaire** : Soient les points $A(2;3) et\ B(5;4)$.

1) Donner l'équation du cercle C_1 ayant pour diamètre AB.
2) Donner l'équation du cercle C_2 passant par $A\ et\ B$ et ayant son centre sur la droite $y=-1$.

Solutions :

1) $C_1: (x-3.5)^2+(y-3.5)^2-2.5=0$
2) $C_2: (x-5)^2+(y+1)^2-25=0$

Exercice 61 : **Exercice supplémentaire difficile : Problème « MATU 83 »**

Dans le plan on considère le cercle C_1 d'équation $x^2+y^2-16x+2y+40=0$ et le cercle C_2 de centre M (-4 ;7) et de rayon r = 5

1) Montrer que la droite d d'équation 3x - 2y = 0 est un axe de symétrie de la figure formée par les cercles C_1 et C_2
2) Calculer la distance la plus courte entre les cercles C_1 et C_2
3) Montrer que le point A (-1 ;3) appartient à C_2, déterminer l'intersection de la tangente t_2 au cercle C_2 qui passe par A avec la droite d
4) Par ce point d'intersection on mène au cercle C_1 la tangente t_1 symétrique de t_2 par rapport à d, déterminer l'équation de t_1