

# LJP : Calcul Integral

3M

Chapitre 2 : Calcul intégral

---

## Exercice 1

Trouver une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = 3$

f)  $f(x) = \cos(x)$

b)  $f(x) = 5x$

g)  $f(x) = \sin(x)$

c)  $f(x) = 7x^2$

h)  $f(x) = e^x$

d)  $f(x) = 3x^4 + 8x - 5$

i)  $f(x) = e^{5x} + 8$

e)  $f(x) = \sqrt{x}$

j)  $f(x) = \frac{2}{x}$

## Exercice 2

a) Quelle est la primitive  $F(x)$  de  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$  qui vérifie la condition  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$  ?

b) Quelle est la primitive  $G(x)$  de  $g(x) = 5 - e^x$  qui vérifie la condition  $G(-1) = \frac{-1}{e}$  ?

## Exercice 3

Calculer  $a$  pour que la fonction  $g(x) = \frac{a-x}{e^x}$  soit une primitive de  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ .

## Exercice 4

Chercher les intégrales indéfinies suivantes :

a)  $\int (2x^2 - 3x + 2) dx =$

f)  $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx =$

b)  $\int 3e^x dx =$

g)  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x}} dx =$

c)  $\int e^{3x} dx =$

h)  $\int \left(x+1+\frac{1}{x}\right) dx =$

d)  $\int \frac{3}{x^4} dx =$

i)  $\int \frac{x^2 - 2}{x} dx =$

e)  $\int (\sin^2(x) + \cos^2(x)) dx =$

j)  $\int (\sin(3x) - 2\cos(x)) dx =$

## Exercice 5

Même exercice :

a)  $\int \left(\frac{5}{\cos^2(x)} + 5\cos(x)\right) dx =$

d)  $\int \frac{3x-5}{2x+7} dx =$

g)  $\int \frac{-6x+5}{3x^2 - 5x + 6} dx =$

b)  $\int (3x^2 - 7)^2 dx =$

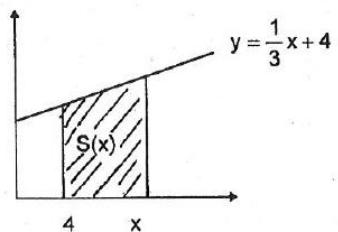
e)  $\int \frac{3x^4 - 3x^2 - 7}{4x^2} dx =$

h)  $\int \frac{e^{2x}}{3e^{2x} + 1} dx =$

c)  $\int \sqrt[3]{(3x-8)^2} dx =$

f)  $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx =$

i)  $\int \frac{10x^2 + 17x + 7}{5x^2 + 6x + 2} dx =$

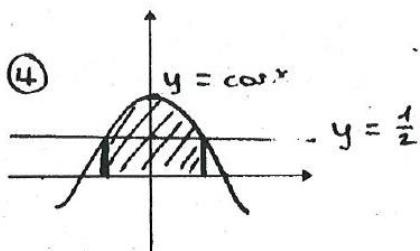
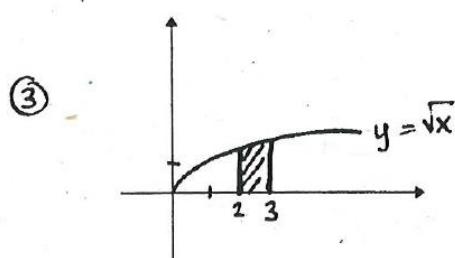
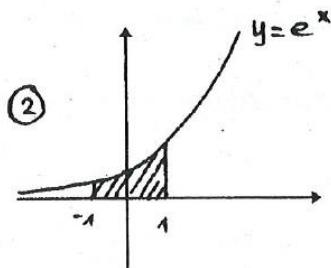
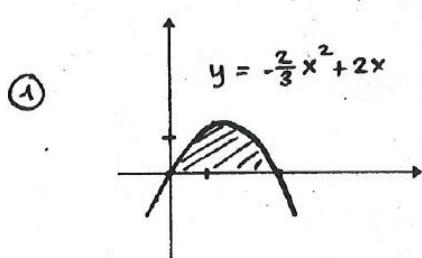
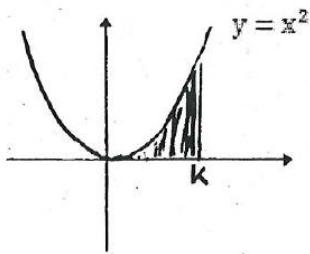
**Exercice 6**

1) Le trapèze hachuré a une surface  $S(x)$  ; calculer  $S(x)$ .

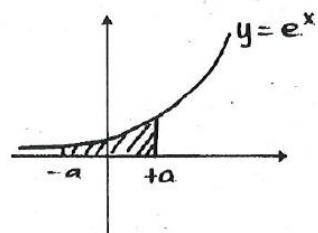
2) Vérifier que  $S$  est une primitive de  $y$ .

**Exercice 7**

Calculer les surfaces suivantes :

**Exercice 8**

Calculer  $k$  si l'aire de la surface vaut 10.

**Exercice 9**

Calculer  $a$  si l'aire de la surface vaut  $\frac{8}{3}$ .

**Exercice 10**

a) Dessiner le graphe de la fonction  $f(x) = \sin(x)$  dans l'intervalle  $[0 ; 2\pi[$ .

b) Calculer  $\int_0^{2\pi} \sin(x) dx$ . Constatations ?

**Exercice 11**

Après avoir dessiné la fonction  $f(x) = x^2 - 2$ , calculer l'aire délimitée par la fonction, ses zéro et l'axe des x.

**Exercice 12**

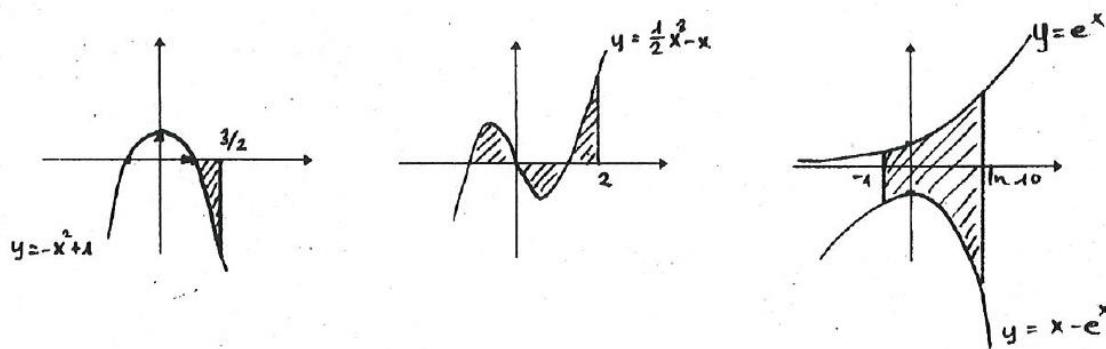
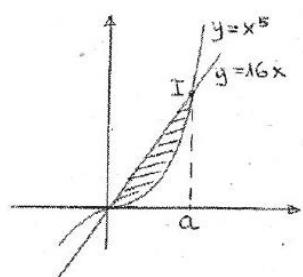
Soit  $f(x) = x^3 - x^2 - 12x$

a) représenter la fonction f.

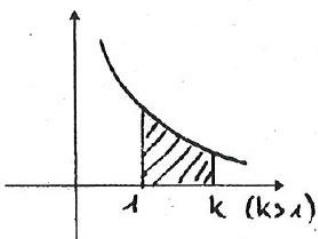
b) Calculer l'aire délimitée par f et l'axe des x entre a et 5 (a correspond à l'abscisse du maximum de f).

**Exercice 13**

Calculer les surfaces suivantes :

**Exercice 14**

Calculer la surface hachurée.

**Exercice 15**

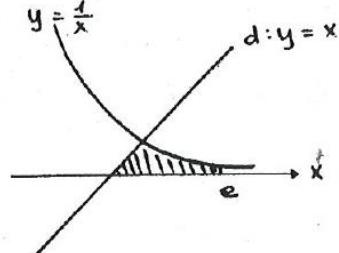
Soit la fonction  $f(x) = \frac{4}{2x-1}$ .

Calculer  $k$  afin que la surface soit égale à 4.

**Exercice 16**

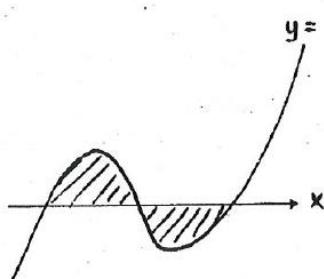
Calculer les surfaces suivantes :

1)  $y = \frac{4}{x}$



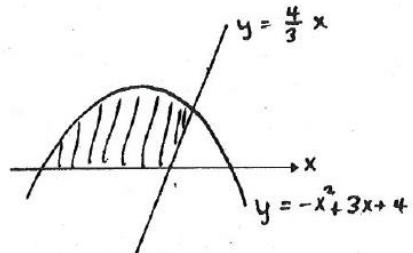
2)

$$y = x^3 - 2x^2 - 8x$$

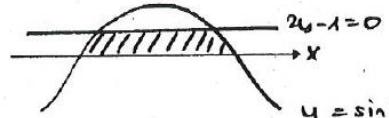


3)

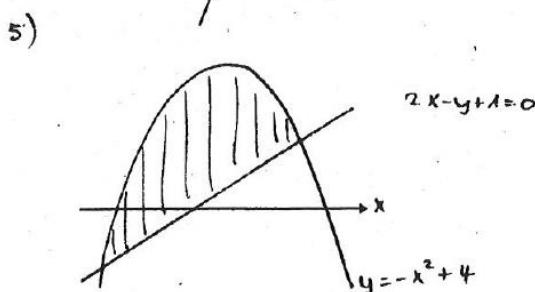
$$y = \frac{4}{3}x$$



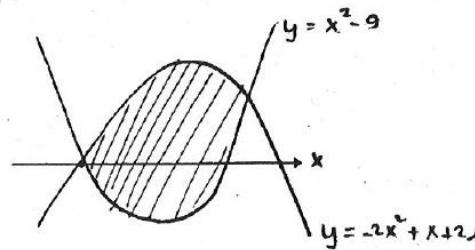
4)



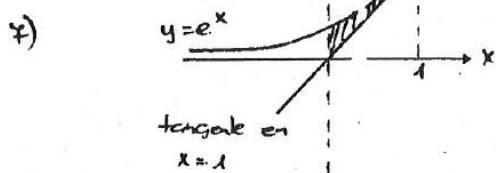
5)



6)



7)



**Exercice 17 INTEGRATION PAR PARTIES**

Calculer les intégrales suivantes :

1)  $\int xe^{x-1} dx$

5)  $\int \frac{x}{2} \cdot \sin(3 - 5x) dx$

2)  $\int (2x + 5) \cos(x) dx$

6)  $\int 4x^2 \cdot \ln(3x) dx$

3)  $\int x^2 \ln(x) dx$

7)  $\int \frac{x}{7} \cdot e^{1-3x} dx$

4)  $\int (x + 2) \cdot e^{\frac{x}{5}} dx$

8)  $\int \ln(x) dx$

**Exercice 18 INTEGRATION PAR CHANGEMENT DE VARIABLES**

Calculer les intégrales suivantes :

1)  $\int \frac{dx}{(2x+1)^2}$

4)  $\int 5x^3 \sin(x^4) dx$

7)  $\int 2x^2 \cos(x^3) dx$

2)  $\int \sqrt[3]{4-5x} dx$

5)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-5}}$

8)  $\int \tan(x) dx$

3)  $\int \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) dx$

6)  $\int \frac{dx}{(4-3x)^3}$