

## TE 3 : Probabilités

Nom : .....

points

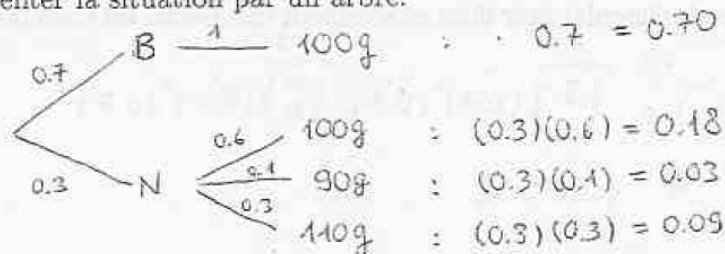
note

*Donner des résultats en pourcents avec trois décimales.*

Dans une chocolaterie, la production des tablettes de 100g est assurée par deux machines :

- La machine  $B$  produit des tablettes de chocolat blanc qui représentent le 70% de la production. Toutes les tablettes produites par cette machine pèsent bien 100g.
- La machine  $N$  produit des tablettes de chocolat noir qui représentent le 30% de la production. Cette machine a un problème : 60% des tablettes qu'elle produit pèsent bien 100g, mais 10% pèsent 90g et 30% pèsent 110g.

A) Représenter la situation par un arbre.



B) Charlie achète une tablette de chocolat. Calculer la probabilité que...

- la tablette pèse 100g,

$$P(B_{100}, N_{100}) = 0.70 + 0.18 = 0.88 = 88\%$$

- ce soit une tablette de chocolat noir, sachant qu'elle pèse 100g.

$$\frac{0.18}{0.88} = \frac{18}{88} = \frac{9}{44} \approx 20.455\%$$

C) Charlie prélève successivement trois tablettes. Calculer la probabilité que...

- il y ait au plus une tablette de chocolat noir,

$$\begin{aligned} P(BBB, <BBN>) &= (0.7)^3 + 3(0.7)^2(0.3) = 0.343 + 0.441 \\ &= 0.784 = 78.4\% \end{aligned}$$

- toutes les tablettes aient le même poids,

$$\begin{aligned} &P(3 \times 100g) + P(3 \times 90g) + P(3 \times 110g) \\ &= (0.88)^3 + (0.03)^3 + (0.09)^3 = 0.682228 \approx 68.223\% \end{aligned}$$

- les trois tablettes pèsent 300g si on sait que la première tablette prélevée pèse 90g.

$$P(<110g + 100g>) = 2 \cdot (0.09) \cdot (0.88) = 0.1584 = 15.84\%$$

Dans une chocolaterie, la production des tablettes de 100g est assurée par deux machines :

- La machine *B* produit des tablettes de chocolat blanc qui représentent le 70% de la production. Toutes les tablettes produites par cette machine pèsent bien 100g.
- La machine *N* produit des tablettes de chocolat noir qui représentent le 30% de la production. Cette machine a un problème : 60% des tablettes qu'elle produit pèsent bien 100g, mais 10% pèsent 90g et 30% pèsent 110g.

D) Charlie prélève successivement huit tablettes. Calculer la probabilité qu'il ait ...

- exactement cinq tablettes de chocolat noir,

$$P(<5 \times N, 3 \times B>) = \underbrace{\binom{8}{5}}_{=56} (0.3)^5 (0.7)^3 \approx 4.668 \%$$

- exactement cinq tablettes de chocolat noir dont exactement une parmi les trois premières tablettes prélevées.

$$P(<BBN><NNNNB>) = \binom{3}{1}^{=3} (0.7)^2 (0.3) \cdot \binom{5}{4}^{=5} (0.3)^4 (0.7) \\ = 15 \cdot (0.7)^3 (0.3)^5 \approx 1.250 \%$$

E) Calculer la probabilité que Charlie doive prélever successivement cinq tablettes jusqu'à ce qu'il ait deux tablettes de chocolat noir.

$$P(<BBBN>N) = 4 (0.7)^3 (0.3) \cdot (0.3) = 4 (0.7)^3 (0.3)^2 = 0.12348 \\ = 12.348 \%$$

F) Déterminer le nombre minimal de tablettes que Charlie doit prélever successivement pour que la probabilité qu'il ait au moins une tablette de chocolat noir pesant 100g soit supérieure à 96% (détails des calculs exigés).

$$L \quad P(\sim) = 0.18$$

$$1 - (0.82)^n \geq 0.96$$

$$-(0.82)^n \geq -0.04$$

$$(0.82)^n \leq 0.04$$

$$n \ln(0.82) \leq \ln(0.04), \quad n \geq \frac{\ln(0.04)}{\ln(0.82)} \approx 16.2 \quad \text{donc } n = 17$$

G) Charlie prélève successivement six tablettes de chocolat noir. Calculer la probabilité qu'il ait trois tablettes de 100g, deux tablettes de 90g et une tablette de 110g.

$$P(<3 \times 100g, 2 \times 90g, 1 \times 110g>) = \underbrace{\frac{6!}{3!2!1!}}_{=60 \text{ (nombre d'anagrammes)}} (0.6)^3 (0.1)^2 (0.3)^1 = 0.03888 \\ = 3.888 \%$$