3M - Série 1 **Mathématiques** **LJP – ESCN**

Fonctions exponentielles et logarithmiques

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice :

1) $\log_3(81)=$	7) $\log_9(27)=$	13) $\log_8(2)=$
2) $\log_{13}(1)=$	8) $\log_{2/3}\left(\frac{16}{81}\right)=$	14) $\log_5\left(\frac{1}{625}\right)=$
3) $\log_5(125)=$	9) $\log_2\left(\frac{1}{16}\right)=$	15) $\log_2(0.125)=$
4) $\log(10)=$	10) $\log(0.001)=$	16) $\log_{1/2}(32)=$
5) $\log_4(8)=$	11) $\log_a(1)=$	17) $\log_a(a)=$
6) $\log_a\left(\frac{1}{a}\right)=$	12) $\log_{1/a}(a)=$	18) $\log_a(\sqrt[n]{a})=$

Exercice 2

Représenter avec soin le graphe de la fonction $y = \log_2(x)$ pour $x \in [-4\,;\,16]$. Tracer également sa fonction inverse.

Exercice 3

Résoudre les équations ci-dessous :

1) $x = \log_2(3)$	2) $5 \cdot 3^x = 20$	3) $3^x = 2^{x+1}$
4) $\log_4(x-1) = 2$	5) $\log_5(x^2) = 1$	6) $4 \cdot 7^x = 3^{2x}$
7) $x = \log_9(7)$	8) $x = \log_2(10)$	9) $x = \log_a(b)$

Exercice 4

Déterminer la valeur de x pour chacune de ces trois équations :

1) $log(x) = log(3) + log(4)$
2) $log(x) = log(7) - log(6) + log(48)$
3) $log(x) = 2 - 3log(2) + log(4) - 2log(5)$

Exercice 5

Soit une population composée de 100'000 bactéries. La population double son effectif toutes les 20minutes.

1) Quel est le nombre de bactéries après 6 heures ?
2) Quel est le nombre de bactéries après 148 heures ?
3) A quel moment la population passe-t-elle le cap du milliard ?

Exercice 6

Recherche du nombre particulier :

$$e = \lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t$$

Calculer cette expression pour t = 1, 2, 5, 10, 50, 100, 1'000, 10'000, 100'000 et 1'000'000.

$$e = \lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t \cong 2.718281828459 \ (\in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \quad \textit{et} \quad (e^x)' = e^x$$

Exercice 7

Pour chacune des fonctions suivantes :

- déterminer le domaine de définition ;
- dresser le tableau de signes / de croissance / de courbure ;
- esquisser le graphe.

$f_1(x) = e^x$	$f_2(x) = e^x - 1$	$f_3(x) = e^x - x$	$f_4(x) = xe^x$	$f_5(x) = x^2e^x$

Exercice 8

Calculer la dérivée de la fonction $y = e^{-x^2}$

Exercice 9

Déterminer la valeur de k de manière à ce que la fonction $y = e^{-kx^2}$ ait un point d'inflexion en $x = \sqrt{3}$.

Exercice 10

Dresser le tableau de signes de chacune des fonctions suivantes :

1) $y = \ln(x)$
2) $y = \ln(x^2)$
3) $y = \ln(x^2 - 1)$
4) $y = \ln\left(\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1\right)$

Exercice 11

Considérer la fonction

$$f(x) = ln\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right)$$

1) Déterminer son domaine de définition.
2) Dresser son tableau de croissance.

Exercice 12

Étudier les fonctions suivantes :

1) $y = x + \ln(x)$
2) $y = x - \ln(x)$
3) $y = \frac{\ln(x)}{x}$
4) $y = x\ln(x) - x$
5) $y = \ln(x)^2$
6) $y = x\ln(x)$