

SMALL TEST (A) COMPLEX NUMBERS

1. $z = 6 \operatorname{cis}(75^\circ) = 6(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) =$
 $= 6(0.26 + i 0.96) = 1.56 + i 5.76.$

2. $z = \frac{-100i}{3+4i} = \frac{-100i(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{-100i(3-4i)}{9+16} =$
 $= \frac{-400-300i}{25} = -16-12i$

$\tan \varphi = \frac{-12}{-16} = 0.75 \Rightarrow \varphi = 36.9^\circ$

$|z| = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ Donc $z = 20 \operatorname{cis}(36.9^\circ)$

3. $(\bar{z})^2 = -4i$ Soit $z = x + yi$

$(x - yi)^2 = -4i \Leftrightarrow x^2 - y^2 - 2xyi = -4i \Rightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ -2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 \\ xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \text{ ou } x = -y (1) \\ xy = 2 (2) \end{cases}$

$\cdot x = y$ (2) donne $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$

Donc $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

$\cdot x = -y$ (2) donne $-x^2 = 2$ impossible.

$z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ $|z_1| = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$

$\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

Donc $z_1 = 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{4}$

$z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ $|z_2| = 2$

$\tan \varphi = 1 \Rightarrow \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$ car $x, y < 0$

Donc $z_2 = 2 \operatorname{cis} \left(\frac{5\pi}{4} \right)$

4. $z_1 = 1 - 7i$ $3z^2 - 6z + 150 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 50 = 0$

On remplace z_1

$(1 - 7i)^2 - 2(1 - 7i) + 50 = 1 - 14i - 49 + 14i - 2 + 14i + 50 = 0$

Donc z_1 est une solution de l'équation. Comme les coefficients de l'équation sont réels l'autre solution est $\bar{z}_1 = 1 + 7i$

5. $f(z) = 5z$. C'est une homothétie de centre $(0,0)$, de rapport 5.

$g(z) = \bar{z} + 3i$. C'est une symétrie pour rapport à l'axe Ox , suivie pour une translation du vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$