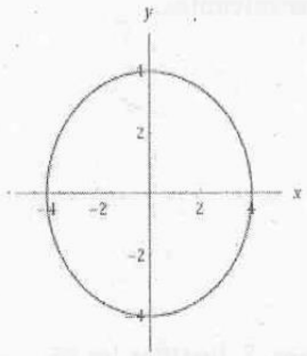
LDDR – Niveau 1 : Fonctions Réelles

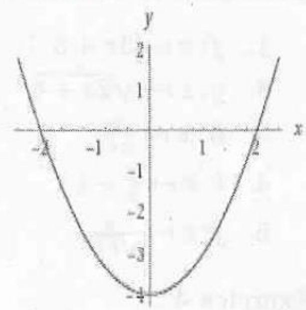
Fonctions réelles

Exercice 1 :

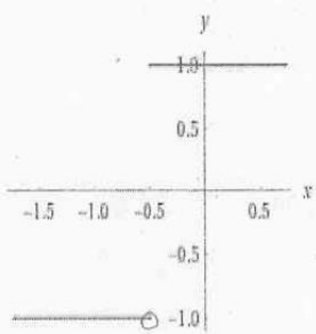
Parmi les graphiques ci-dessous, trouver les graphiques représentant des fonctions. Puis donner pour chaque fonction trouvée, son domaine de définition et d'images.



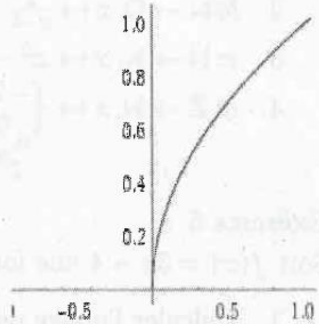
$f(x)$



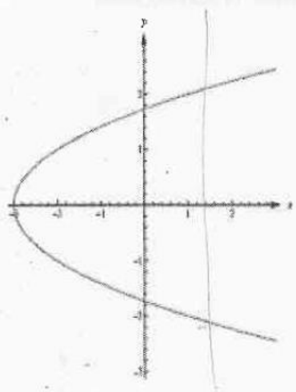
$g(x)$



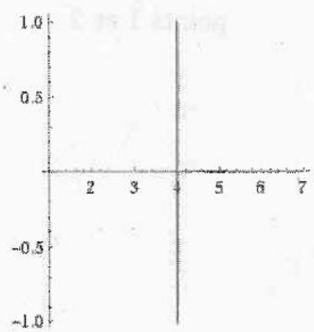
$h(x)$



$i(x)$



$j(x)$



$k(x)$

Exercice 2 :

Soit $D = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. On considère les fonctions suivantes de D dans $\mathbb{Q}$. Enumérer les éléments de $f(D)$.

1. $f\colon x \mapsto 3x - 5$
2. $f\colon x \mapsto x^2 - 3$
3. $f\colon x \mapsto \frac{1}{x+4} - 1$
4. $f\colon x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$

Exercice 3 :

Déterminer le domaine de définition D des fonctions suivantes.

1. $f\colon x \mapsto 3x + 5$
2. $g\colon x \mapsto \sqrt{2x+4}$
3. $h\colon x \mapsto \frac{2x}{x+5}$
4. $i\colon x \mapsto \frac{1}{x} - 1$
5. $j\colon x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x+3}}$

Exercice 4 :

Les correspondances suivantes sont-elles des fonctions ? Justifier les réponses.

1. $a\colon \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}, x \mapsto 3x - 2$
2. $b\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q}, x \mapsto \frac{1}{x-3}$
3. $c\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}, x \mapsto x^2 - 1$
4. $d\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{N}, x \mapsto \begin{cases} -2x \ si \ x \leq 0 \\ 0 \ si \ x > 0 \end{cases}$

Exercice 5 :

Soit $f(x) = 3x - 4$ une fonction affine.

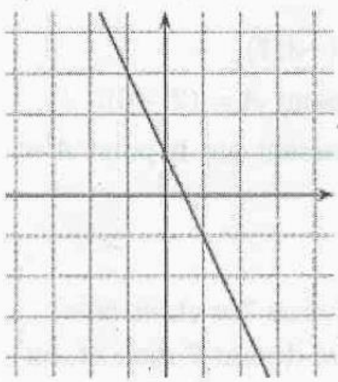
1. Calculer l'image de 0, de -2, de 3 et de $\frac{1}{6}$.
2. Trouver la préimage de -4, de 2, de 0 et de $\frac{1}{6}$.
3. Représenter la fonction $f(x)$ à l'aide des points trouvés aux points 1 et 2.

Exercice 10 :

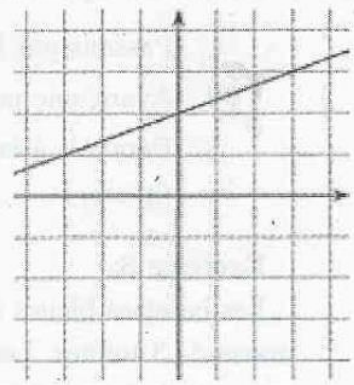
Montrer que l'expression fonctionnelle d'une droite passant par le point $(x_0; y_0)$ est donnée par : $y = y_0 + a(x - x_0)$.

Exercice 11 :

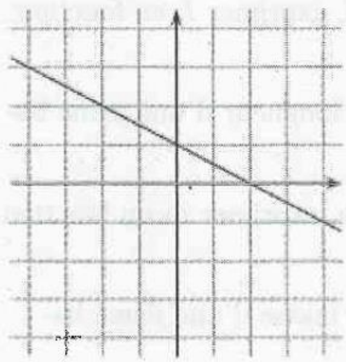
Donner l'expression des fonctions suivantes.



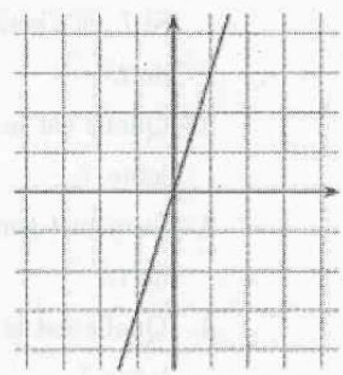
$f(x)$



$g(x)$



$h(x)$



$i(x)$

Exercice 12 :

1. Trouver la fonction affine dont le graphe passe par les points $A = (7; -2)$ et $B = (-3; 1)$.
2. Trouver une fonction ~~affine~~ f telle que $f(2) = 5$ et dont le graphe passe par le point $A = (5; 5)$.

Exercice 6 :

Représenter graphiquement chacune des fonctions réelles suivantes dans un même système d'axes.

$$f(x) = 3x + 5, \quad g(x) = -4, \quad h(x) = -4(2x - 2)$$

Exercice 7 :

Donner les équations des droites suivantes.

1. Passant par les points $A = (0; 5)$ et $B = (-3; 7)$.
2. Ayant une pente de -5 et passant par le point $A = (2; -6)$.
3. Parallèle à la droite $2y + 5x - 6 = 0$ et passant par le point $A = (4; -8)$.

Exercice 8:

Les baleines bleues à leur naissance mesurent environ $7m$ et ont une masse de 3 tonnes. Les jeunes baleines sont allaitées durant 7 mois et, au moment de leur servage, elles peuvent mesurer $16m$ et avoir une masse de 23 tonnes. On note L la longueur (en m) et m la masse (en tonnes) d'une baleine à l'âge de t mois.

1. Si L et t sont liés par une relation *affine*, exprimer L en fonction de t.
2. Quelle est la croissance journalière de la longueur d'une jeune baleine ?
3. Si m et t sont liés par une relation affine, exprimer m en fonction de t.
4. Quelle est la croissance journalière de la masse d'une jeune baleine ?

Exercice 9 :

Soient f et g deux fonctions affines tels que :

$$f\colon x \mapsto 2x + 4 \text{ et } g\colon x \mapsto x + 3$$

Trouver graphiquement et algébriquement l'intersection de ces deux droites.

3. Trouver une fonction affine dont le graphe coupe l'axe des abscisses en $I = (5; 0)$ et dont la pente vaut $-\frac{5}{8}$.
4. Trouver l'abscisse du point $C = (x; 10)$ sachant que les points $A = (1; 1)$, $B = (3; -2)$ et C sont alignés.

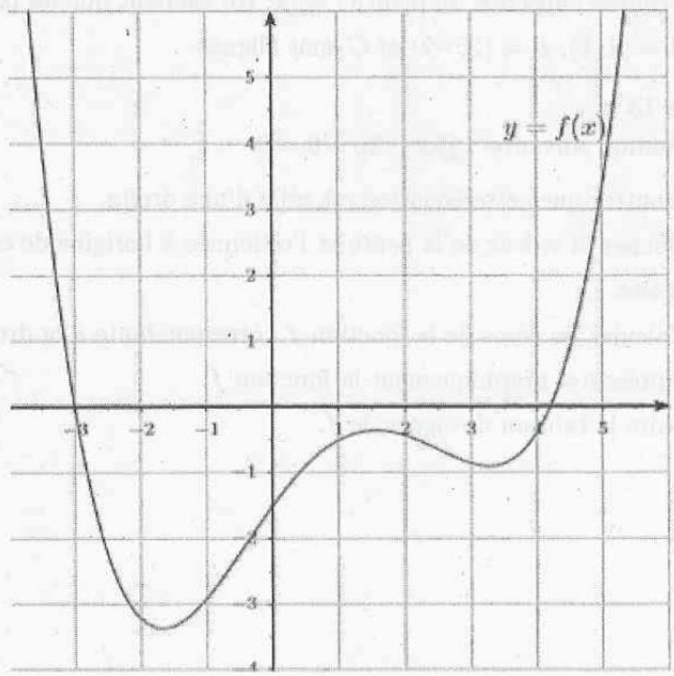
Exercice 13 :

Soit l'équation suivante : $15x - 3y + 6 = 0$.

1. Montrer que cette équation est celle d'une droite.
2. Donner la valeur de la pente et l'ordonnée à l'origine de cette droite.
3. Calculer les zéros de la fonction f correspondante à la droite, puis représenter graphiquement la fonction f.
4. Faire le tableau de signes de f.

Exercice 14 :

Soit une fonction $f(x)$ représentée par sa courbe ci-dessous :



En observant, cette courbe estimez :

1. La valeur de $f(0)$
2. La valeur de $f(-2)$
3. Les valeurs de x sachant que $f(x) = 0$
4. Les valeurs de x sachant que $f(x) = 2$
5. Les valeurs de a sachant que l'équation $f(x) = a$ ne possède qu'une seule solution. Quelle est alors cette solution ?

Exercice 15 :

Déterminer l'équation des paraboles suivantes :

1. De sommet $S = (2; 5)$ et dont le graphe passe par le point $A = (4; -1)$.
2. Qui passe par l'origine et les points $A = (3; -6)$ et $B = (-3; 12)$.

Exercice 16 :

Esquisser les graphes des fonctions ci-dessous.

$x \mapsto |x|$; $x \mapsto |x| - 2$; $x \mapsto |x + 1|$; $x \mapsto |x| + 1$

Exercice 17 :

Représenter graphiquement, les fonctions suivantes ; puis donner pour chacune d'entre elles leur tableau de signes.

$f(x) = x^2 - 4x$; $g(x) = 2x^2 - 4x - 2$;
$h(x) = -x^2 + 4$; $i(x) = (x - 1)^2 + 3$

Exercice 18 :

Soient $y = 4x^2 + ax + 1$ une parabole et $4y - 4a = 16x$ une droite. Pour quelles valeurs de a la parabole et la droite ont-elles un seul point en commun ?

Exercice 19 :

Déterminer les points d'intersection des graphes de f et de g.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 4$ et $g(x) = -4x + 10$
2. $f(x) = x^2 + x$ et $g(x) = 2x^2 - 6$

Exercice 20 :

En utilisant la définition du logarithme calculer les logarithmes suivants :

a) $\log(100)$ b) $log_2(128)$ c) $log_7(1)$ d) $log_3(-2)$ e) $log_2(\frac{1}{32})$
f) $\log(\frac{1}{10})$ g) $log_9(3)$ h) $log_{16}(4)$ i) $log_{13}(0)$ j) $log_{123}(123)$
k) $\log(\sqrt{10})$ l) $log_2(\sqrt[3]{4})$ m) $log_3(\frac{1}{\sqrt{27}})$

Exercice 21:

Résoudre les équations suivantes à l'aide des règles de calcul.

a) $10^x = \pi$ b) $10^{2x-5} = \frac{3}{4}$ c) $a^x \cdot a^3 = a$ d) $10 \cdot 2^x = 5$
e) $5^{3x} = 2 \cdot 5^{x+1}$ f) $x = 2log_3\left(\frac{2}{3}\right) - log_3(12)$ g) $\log(x-1) = 2$
h) $\log(x) + \log(x+3) = 1$ i) $\log(x+1) - \log(x-1) = 1$ j) $\log(3x) = 2$
k) $\log(x)^2 - 6\log(x) = 0$ l) $\log(\log(x)) = 1$

Exercice 22 :

Etudier la parité des fonctions suivantes.

$f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \frac{x^2+4x}{3x}$, $h(x) = \tan(x)$, $i(x) = 3x \cdot \cos(x)$,
$j(x) = \sqrt{x}$, $k(x) = |x|\sin(x)$, $l(x) = \frac{1}{x^2}$

Exercice 23 :

Esquisse les fonctions suivantes.

$f(x) = 3$; $g(x) = -0.5x - 3$; $h(x) = (x-3)(x+7)$; $i(x) = |3x+4|$;
$j(x) = \cos(2x)$; $k(x) = 4\sin(3x)$

Exercice 24 :

Esquisser les homographies suivantes en déterminant chaque fois : leur domaine de définition, leurs intersections avec les axes, leur asymptote verticale, leur asymptote horizontal et leur tableau de signes.

$f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$, $g(x) = \frac{2x-3}{3x+2}$, $h(x) = \frac{-2x+1}{x+3}$

Exercice 25 :

Trouver des ensembles D et A tels que la fonction $f\colon D \to A$ soit bijective et déterminer sa réciproque.

$f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{2x+1}{x-2}$, $h(x) = 5x - 2$

Exercice 26 :

Dessiner les graphes des fonctions $exp_2(x) = 2^x$ et $log_2(x)$ sur un repère et les graphes des fonctions $exp_3(x) = 3^x$ et $log_3(x)$ sur un autre repère. Donner leur domaine de définition.

Exercice 27 :

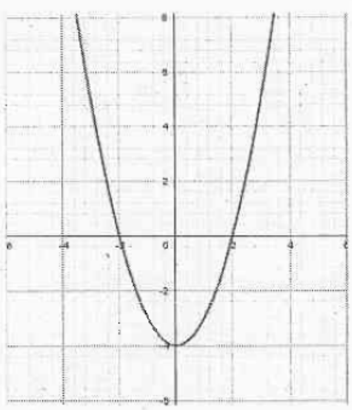
Calculer $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$ dans les cas suivants.

1. $f(x) = x + 1$ et $g(x) = 2x^2 + 4x - 5$
2. $f(x) = 4x + 6$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
3. $f(x) = \sqrt{3x + 4}$ et $g(x) = x^2 + 3x$

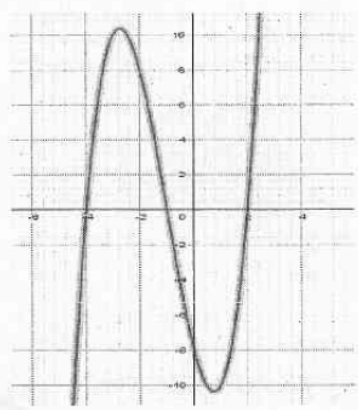
Calculer $f \circ (g \circ h)(x)$ et $(f \circ g) \circ h(x)$ pour $f(x) = 3x - 4$, $g(x) = \frac{1}{3x}$, $h(x) = \frac{2x-4}{x^2+3}$.

Exercice 28 :

Etablir le tableau de signes des fonctions ci-dessous.



$f(x)$



$g(x)$

$h(x) = x + 3$
$i(x) = x^3$
$j(x) = \cos(x)$
$k(x) = x^2 + 2x - 3$
$l(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
$m(x) = \dfrac{(x^2 - 4)}{x - 1}$